一級建築士 総合学科本科生

【構造力学マスター　無料体験入学用】

構造テキスト

（抜粋版）

資格の学校
TAC

663-6101-1019-15

TAC 建築士講座
2024合格目標　講義進捗表

【一級建築士　構造力学マスター】

回数	内　容
1	序　章　数学の基礎知識
	第１章　建築物に働く力
	第１節　力のつり合い
	第２節　安定・静定
	第３節　静定構造物の反力
2	第２章　静定構造物の応力
	第１節　応力
	第２節　静定ばりの応力計算
	第３節　静定ラーメンの応力計算
3	第４節　静定３ヒンジラーメンの応力計算
4	第５節　静定トラス
5	第３章　部材の性質と応力度
	第１節　部材の性質
	第２節　応力度と許容応力度（1.3.曲げ応力度まで）
6	第２節　応力度と許容応力度（1.4.偏心荷重･･･から）
	第３節　部材の変形（たわみとたわみ角）
	第４節　座屈
7	第４章　不静定構造物
	第１節　不静定構造物の応力と変形（2.不静定ラーメンまで）
8	第１節　不静定構造物の応力と変形（3.水平力が作用･･･から）
9	第２節　耐震の基本理論（2.地震応答スペクトルまで）
10	第２節　耐震の基本理論（3.大地震を想定した塑性設計）

TAC 建築士講座
2024合格目標　講義進捗表

【一級建築士　本講義　構造】

回数	内　容
1	序　章　数学の基礎知識
	第１章　建築物に働く力
	第１節　力のつり合い
	第２節　安定・静定
	第３節　静定構造物の反力
2	第２章　静定構造物の応力
	第１節　応力
	第２節　静定ばりの応力計算
	第３節　静定ラーメンの応力計算
	第４節　静定３ヒンジラーメンの応力計算
3	第５節　静定トラス
	第３章　部材の性質と応力度
	第１節　部材の性質
4	第２節　応力度と許容応力度
	第３節　部材の変形（たわみとたわみ角）
	第４節　座　屈
5	第４章　不静定構造物
	第１節　不静定構造物の応力と変形
	第２節　耐震の基本理論
6	第５章　構造設計
	第１節　荷重・外力
	第２節　構造設計（２．３：耐震計算ルート２まで）
7	第２節　構造設計（２．４：耐震計算ルート３から）
	第３節　構造計画
	第４節　免震構造と制振構造
	第５節　耐震診断と耐震改修
	第６節　日本住宅性能表示基準
8	第６章　鉄筋コンクリート構造
	第１節　鉄筋コンクリートの性質
	第２節　部材算定
9	第３節　配筋
	第４節　コンクリートのひび割れ・耐久性
	第５節　鉄筋コンクリート構造の耐震設計
	第６節　壁式構造関係
	第７節　プレストレストコンクリート造（ＰＲＣ造）
10	第７章　鉄骨構造
	第１節　鋼材の性質
	第２節　部材の設計
	第３節　接合方法
11	第４節　変形性能確保
	第５節　鉄骨構造の耐震設計
	第６節　冷間成形角形鋼管
12	第８章　鉄骨鉄筋コンクリート構造
	第１節　鉄骨鉄筋コンクリート構造
	第２節　鋼管コンクリート構造
	第９章　木質構造
	第１節　各部構造
	第２節　壁量計算
	第３節　木材の性質
	第４節　部材の設計
	第５節　大断面建築物
13	第10章　地盤と基礎構造
	第１節　地盤の許容応力度
	第２節　基礎構造
	第11章　建築材料
	第１節　セメント・コンクリート
	第２節　金属材料
	第３節　木質材料

序　章　数学の基礎知識

1．比を求める

［Q１］　$a = 2b$ のとき、$a : b$ を求めよ。（a、b、c は整数とする）
［Q２］　$3a = 4b$ のとき、$a : b$ を求めよ。
［Q３］　$5a = 3b = 4c$ のとき、$a : b : c$ を求めよ。
［Q４］　$\frac{1}{2}a = 5b = \frac{1}{3}c$ のとき、$a : b : c$ を求めよ。

Point　a、b、c のいずれかに１などを入れて、具体的な値を求める。

〔解答〕

［A１］　$a = 1$ とする。$a = 2b$ の式に $a = 1$ を入れると、$1 = 2b$

b を求めるためには、両辺を２で割って、$\frac{1}{2} = b$

したがって、$b = \frac{1}{2}$

a が１のとき、b は $\frac{1}{2}$ になるから、$a : b = 1 : \frac{1}{2}$ となる。

整数にすると、$a : b = \underline{2 : 1}$

（別解）　$b = 1$ とすると、$a = 2 \times 1$
　　　　したがって、$a : b = 2 : 1$

［A２］　$3a = 4b$ の式に $a = 1$ を入れると、$3 \times 1 = 4b$

b を求めるためには両辺を４で割って、$\frac{3}{4} = b$

したがって、$a : b = 1 : \frac{3}{4} = \underline{4 : 3}$

整数の比にするためには、
両方に４をかける。

［A３］　$5a = 3b = 4c$ の式に $a = 1$ を入れると、$5 \times 1 = 3b = 4c$

すなわち　$\underbrace{\overbrace{5 = 3b}^{\text{①}} = 4c}_{\text{②}}$

①の部分の $5 = 3b$ から　$b = \frac{5}{3}$　②の部分の $5 = 4c$ から　$c = \frac{5}{4}$

したがって、$a:b:c=1:\frac{5}{3}:\frac{5}{4}$

分母の3と4を消すために、a、b、cそれぞれに(3×4)をかける。

← 3と4の最小公倍数をかけている

$1\times(3\times4):\frac{5}{\cancel{3}}\times(\cancel{3}\times4):\frac{5}{\cancel{4}}\times(3\times\cancel{4})=\underline{12:20:15}$

［A4］ $\frac{1}{2}a=5b=\frac{1}{3}c$ の式に $a=1$ を入れると、$\frac{1}{2}\times1=5b=\frac{1}{3}c$

$\frac{1}{2}=5b$ から　$b=\frac{1}{10}$　また、$\frac{1}{2}=\frac{1}{3}c$ から　$c=\frac{3}{2}$

したがって、$a:b:c=1:\frac{1}{10}:\frac{3}{2}$

分母の10と2を消すために、a、b、cそれぞれに10をかける。

← 10と2の最小公倍数をかけている

$10:1:\frac{3}{2}\times10=\underline{10:1:15}$

比を求める

$5a=3b=4c$ のとき ➡ $a:b:c=12:20:15$

$\frac{a}{5}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}$ のとき ➡ $a:b:c=5:3:4$

$a=5P,\ b=3P,\ c=4P$ のとき ➡ $a:b:c=5:3:4$

2. 一次方程式

［Q 1］ $P\times 3l-P\times 2l-V\times 6l=0$ のとき、V を P を用いて表せ。ただし、V が未知数(求めたい数)、P、l は既知数(わかっている数)とする。

Point

❶未知数(求めたい数)と既知数(わかっている数)を見極める。未知数をマーカーするのも有効。

❷すべての項に共通する文字を消す。

❸未知数を左辺に集め、既知数を右辺に集める。

〔解答〕 $P\times 3l-P\times 2l-\underline{\underline{V}}\times 6l=0$

未知数 ← *Point* ❶

$\Rightarrow \underbrace{3Pl-2Pl}_{\text{まとめる}}-V\times 6l=0$

$\Rightarrow Pl-V\times 6l=0$

Point ❷ すべての項に共通する文字 l を消すために、すべてを l で割る。

$$\frac{P\cancel{l}}{\cancel{l}}-\frac{V\times 6\cancel{l}}{\cancel{l}}=\frac{0}{l}\quad\Rightarrow\quad P-6V=0$$

Point ❸ 未知数を左辺に集め、既知数を右辺に集める。

$-6V=-P$

$\Rightarrow 6V=P$ ← 両辺に「-1」をかけているのと同じ。

両辺を6で割って、

$$\frac{6V}{6}=\frac{P}{6}\quad\Rightarrow\quad \underline{V=\frac{1}{6}P}$$

⬅ P を左辺から右辺に移行するときは、符号を逆にする

$P-6V=0$

$-6V=-P$

これは、両辺に「$-P$」を加えているのと同じ。

$(P-6V)-P=0-P$

［Q 2］ $V\times 4l-2P\times 3l=0$ のとき、V を P を用いて表せ。

［Q 3］ $-\frac{3}{2}P\times 5l-\frac{2}{3}V\times 2l=0$ のとき、V を P を用いて表せ。

［Q 4］ $P\times 2l-V\times\frac{l}{2}-3P\times\frac{l}{3}=0$ のとき、V を P を用いて表せ。

［Q 5］ $\frac{3}{2}Vl+Vl-35Pl=0$ のとき、V を P を用いて表せ。

〔解答〕

［A 2］　$V \times 4l - 2P \times 3l = 0$

$4V\cancel{l} - 6P\cancel{l} = 0$　「$-6P$」を右辺にもってくると符号が逆になる。

$4V = 6P$　「$V = \bigcirc P$」にするために両辺を 4 で割る。

$\dfrac{4V}{4} = \dfrac{6P}{4}$

$\underline{V = \dfrac{3}{2}P}$

［A 3］　$-\dfrac{3}{2}P \times 5l - \dfrac{2}{3}V \times 2l = 0 \quad \Rightarrow \quad -\dfrac{3 \times 5}{2}Pl - \dfrac{2 \times 2}{3}Vl = 0$

$-\dfrac{15}{2}P\cancel{l} - \dfrac{4}{3}V\cancel{l} = 0$　「$-\dfrac{15}{2}Pl$」を右辺にもってくると符号が逆になる。

$-\dfrac{4}{3}V = \dfrac{15}{2}P$　両辺に(-1)をかけている。

$\dfrac{4}{3}V = -\dfrac{15}{2}P$　両辺に$\dfrac{3}{4}$をかけている。$\left(\dfrac{\cancel{4}}{\cancel{3}}V \times \dfrac{\cancel{3}}{\cancel{4}} = -\dfrac{15}{2}P \times \dfrac{3}{4}\right)$

$V = -\dfrac{15}{2}P \times \dfrac{3}{4}$

$\underline{V = -\dfrac{45}{8}P}$

［A 4］　$P \times 2l - V \times \dfrac{l}{2} - 3P \times \dfrac{l}{3} = 0$

$2Pl - \dfrac{1}{2}Vl - Pl = 0$

まとめる

$P\cancel{l} - \dfrac{1}{2}V\cancel{l} = 0$

$-\dfrac{1}{2}V = -P$

$\dfrac{1}{2}V = P$

$\underline{V = 2P}$

［A 5］　$\dfrac{3}{2}Vl + Vl - 35Pl = 0$

$\left(\dfrac{3}{2} + 1\right)Vl - 35Pl = 0$

$\left(\dfrac{3}{2} + \dfrac{2}{2}\right)Vl - 35Pl = 0$

$\dfrac{5}{2}V\cancel{l} - 35P\cancel{l} = 0$

$\dfrac{5}{2}V = 35P$

$V = 35P \times \dfrac{2}{5} = \underline{14P}$

3. 連立方程式

> ［Q 1］ $\begin{cases} 3Vl + Hl = 35Pl \\ 2Vl - Hl = 0 \end{cases}$
>
> のとき、VとHをPを用いて表せ。
>
> （VとHが未知数、Pとlが既知数）

〔解答〕 まずは、２式それぞれ、すべての項に共通するlを消去する。

$$\begin{cases} 3V + H = 35P & \cdots\cdots ① \\ 2V - H = 0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

VとHの連立方程式を解くためには、片方（ここではH）を消去して、残った片方（ここではV）だけの式にして解く。

具体的には、次の⑴と⑵の２通りがある。

解法 ⑴　②の式からHを求め、その値を①のHへ代入してVだけの式にしてVを求める方法

②の式から $-H = -2V \quad \Rightarrow \quad H = 2V$

これを①のHに代入して、Vだけの式をつくる。

$3V + (2V) = 35P$

$\Rightarrow 5V = 35P \quad \therefore V = 7P$

これを②に代入して

$2 \times (7P) - H = 0$

$\Rightarrow 14P - H = 0$

$\Rightarrow -H = -14P \quad \Rightarrow \quad H = 14P$　　したがって、$\begin{cases} V = 7P \\ \underline{H = 14P} \end{cases}$

解法 ⑵　①式と②式の左辺どうし、右辺どうしを足すことで、Vだけの式をつくる方法

$$\begin{array}{rrl} & 3V + H = 35P & \cdots\cdots ① \\ +) & 2V - H = 0 & \cdots\cdots ② \\ \hline & 5V \quad = 35P & \cdots\cdots ① + ② \end{array}$$

したがって、$\underline{V = 7P}$

これを②に代入して、⑴と同様に　$\underline{H = 14P}$

なお、この方法は、

A = B　及び

C = D　が成り立つとき、

（A + C）=（B + D）が成り立つことを利用している。

［Q 2］ $\begin{cases} 3V + 2H = 12P & \cdots\cdots ① \\ 4V - 3H = -P & \cdots\cdots ② \end{cases}$

のとき、VとHをPを用いて表せ。

（VとHが未知数、Pが既知数）

〔解答〕

解法 ⑴　②の式からHを求め、その値を①のHへ代入してVだけの式にしてVを求める方法

$$\left.\begin{aligned} &4V - 3H = -P \ (②) \\ &-3H = -4V - P \\ &3H = 4V + P \\ &H = \frac{1}{3}(4V + P) \end{aligned}\right\} \text{②を}H=\bigcirc\text{の式にする。}$$

これを①のHに代入して、Vだけの式をつくる。

$$3V + 2 \times \frac{1}{3}(4V + P) = 12P$$

すべての項に3をかける。

$$9V + 2(4V + P) = 36P$$

$$9V + 8V + 2P = 36P$$

$$17V = 34P \quad \therefore V = 2P$$

これを②に代入して

$$4 \times (2P) - 3H = -P$$

$$8P - 3H = -P$$

$$-3H = -9P$$

$$\therefore \quad H = 3P \quad \text{したがって、} \begin{cases} V = 2P \\ H = 3P \end{cases}$$

解法 ⑵　①式と②式の左辺どうし、右辺どうしを足して、Vだけの式をつくるためには、①全体を3倍、②全体を2倍して、ともに6HにすればHが消える。

$$\begin{cases} 3V + 2H = 12P \ \cdots ① \xRightarrow{\text{全体を}\times 3} & 9V + 6H = 36P \quad \cdots ①' \\ 4V - 3H = -P \ \cdots ② \xRightarrow[\text{全体を}\times 2]{} & +)\ 8V - 6H = -2P \ \cdots ②' \end{cases}$$

$$17V \qquad = 34P \ \cdots\cdots ①' + ②'$$

したがって、$V = 2P$

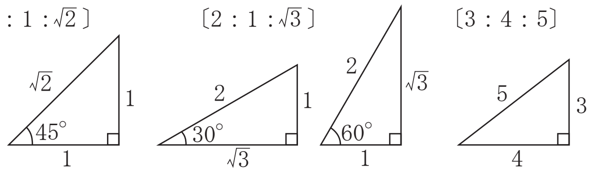
⑴と同様に、$H = 3P$

2と3の最小公倍数が6

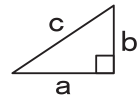
4. 三角比

〔直角三角形の辺の比〕

〔1：1：$\sqrt{2}$〕　〔2：1：$\sqrt{3}$〕　〔3：4：5〕



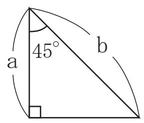
ピタゴラスの定理



$c^2 = a^2 + b^2$

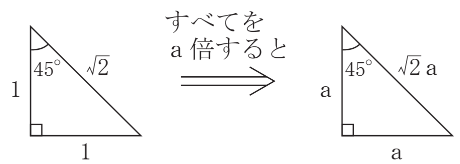
$c = \sqrt{a^2 + b^2}$

［Q 1］



b を a を用いて表せ。

〔解答〕



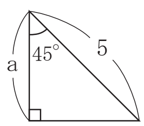
したがって、$b = \sqrt{2}\,a$

別解）「(内項の積) = (外項の積)」を使う。

$$\underbrace{a : \underbrace{b = 1}_{\substack{\text{内項の積} \\ b \times 1}} : \sqrt{2}}_{\substack{\text{外項の積} \\ a \times \sqrt{2}}} \Longrightarrow b \times 1 = a \times \sqrt{2}$$

したがって、$b = \sqrt{2}\,a$

［Q 2］

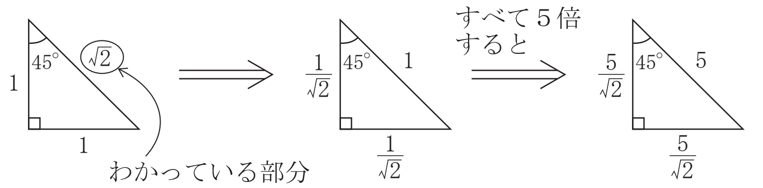


a の長さを求めよ。

〔解答〕

［方針］ 45° の直角三角形の辺の比〔1：1：$\sqrt{2}$〕の「$\sqrt{2}$」の部分が 5 であると問題で示されている。また、a は「1」の部分に該当する。

まず、5 に該当する「$\sqrt{2}$」を 1 にすると計算がラクになるため、辺の比を$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{1}{\sqrt{2}} : 1\right)$に変換する。変換後の「1」が 5 であるため、辺の長さは$\frac{5}{\sqrt{2}}$、$\frac{5}{\sqrt{2}}$、5 となる。



わかっている部分
すなわち５に該当する
部分の$\sqrt{2}$を１にする。
つまり、全体を$\sqrt{2}$で割る。

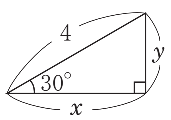
したがって、 $a = \frac{5}{\sqrt{2}}$

別解）　$a : 5 = 1 : \sqrt{2}$

$\sqrt{2}\,a = 5$

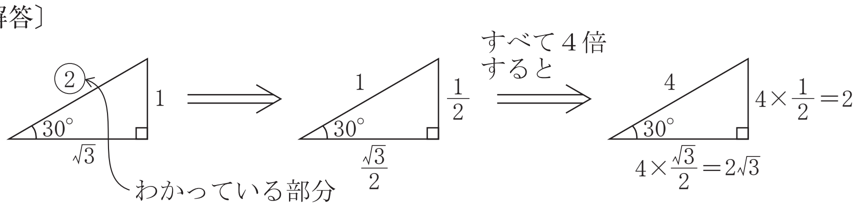
$a = \frac{5}{\sqrt{2}}$

［Q３］



x、yの長さを求めよ。

〔解答〕



わかっている部分
すなわち４に該当する
部分の２を１にする。
つまり、それぞれの辺を２で割る。

したがって、

$$\begin{cases} x = 2\sqrt{3} \\ y = 2 \end{cases}$$

別解）　$x : 4 = \sqrt{3} : 2$

$2x = 4\sqrt{3}$

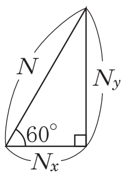
$x = 2\sqrt{3}$

$y : 4 = 1 : 2$

$2y = 4$

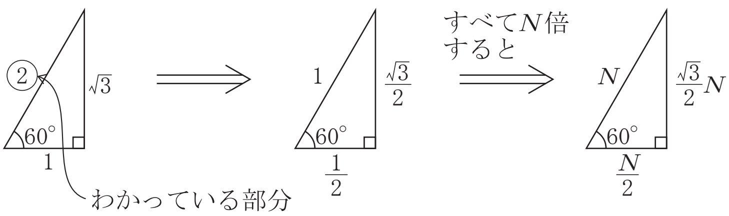
$y = 2$

［Q 4］



N_x、N_yをNを用いて表せ。

〔解答〕



わかっている部分
すなわちNに該当する
部分の２を１にする。
つまり、それぞれの辺を２で割る。

したがって、

$$\begin{cases} N_x = \dfrac{N}{2} \\ N_y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}N \end{cases}$$

5．分母の有理化

「分母の有理化」とは、分母に$\sqrt{\ }$を含まないようにすること。

$$\frac{4P}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}\,P}{2} = 2\sqrt{2}\,P$$

これを「分母の有理化」という。

分母の$\sqrt{2}$の$\sqrt{\ }$を取るためには、分子と分母の両方に$\sqrt{2}$をかける。

$$\frac{4P}{\sqrt{2}} = \frac{4P}{\sqrt{2}} \times \boxed{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} = \frac{4P\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}\,P}{2} = 2\sqrt{2}\,P$$

これは１

［Q 1］　$\dfrac{2P}{3\sqrt{3}}$ の分母を有理化せよ。

［Q 2］　$\dfrac{2P}{\sqrt{2}}$ の分母を有理化せよ。

〔解答〕

［A 1］　$$\frac{2P}{3\sqrt{3}} = \frac{2P}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}\,P}{3\times\underbrace{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}_{=3}} = \underline{\frac{2\sqrt{3}\,P}{9}}$$

［A 2］　$$\frac{2P}{\sqrt{2}} = \frac{2P}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}\,P}{2} = \underline{\sqrt{2}\,P}$$

6. 単位の換算

［Ｑ１］　300cm^4 をmm^4 で表せ。
［Ｑ２］　300mm^4 をcm^4 で表せ。
［Ｑ３］　200,000N・mmをkN・mで表せ。

〔解答〕

［Ａ１］　まずは１cmが何mmなのかを考える。

１cm＝10mmなので、両辺を４乗して

$(1\text{cm})^4=(10\text{mm})^4 \Rightarrow 1^4\text{cm}^4=10^4\text{mm}^4 \Rightarrow \underline{1\text{cm}^4=10^4\text{mm}^4}$

したがって、$300\underline{\text{cm}^4}=300\times\underline{10^4\text{mm}^4}$

$=3\times10^2\times10^4\text{mm}^4=3\times10^6\text{mm}^4$

$(1\text{cm})^4$ を求める際、
数値（１）も４乗され、
単位（cm）も４乗される。
したがって、
$(1\text{cm})^4=1^4\text{cm}^4$

［Ａ２］　まずは１mmが何cmなのかを考える。

１cm＝10mmなので、両辺を10で割って、右辺、左辺を逆転して

$1\text{mm}=10^{-1}\text{cm}$

両辺を４乗して

$(1\text{mm})^4=(10^{-1}\text{cm})^4 \Rightarrow 1^4\text{mm}^4=(10^{-1})^4\text{cm}^4 \Rightarrow \underline{1\text{mm}^4=10^{-4}\text{cm}^4}$

したがって、$300\underline{\text{mm}^4}=300\times\underline{10^{-4}\text{cm}^4}$

$=3\times10^2\times10^{-4}\text{cm}^4=3\times10^{-2}\text{cm}^4$（$=0.03\text{cm}^4$）

$10^{-1}=\dfrac{1}{10}$

$10^{-4}=\dfrac{1}{10{,}000}$

$(10^{-1})^4$
$=10^{-1}\times10^{-1}\times10^{-1}\times10^{-1}$
$=\dfrac{1}{10}\times\dfrac{1}{10}\times\dfrac{1}{10}\times\dfrac{1}{10}$
$=\dfrac{1}{10^4}=10^{-4}$

［Ａ３］　まずは１Nが何kNで、１mmが何ｍなのかを考える。

１kN＝1,000N なので、両辺に10^{-3}（$=\dfrac{1}{1{,}000}$）をかけ、

右辺、左辺を逆転して　$\underline{1\text{N}=10^{-3}\text{kN}}$

１ｍ＝1,000mmなので、両辺に10^{-3}（$=\dfrac{1}{1{,}000}$）をかけ、

右辺、左辺を逆転して　$\underline{1\text{mm}=10^{-3}\text{m}}$

したがって、$200{,}000\text{N}\cdot\text{mm}=2\times10^5\underline{\text{N}}\cdot\underline{\text{mm}}$

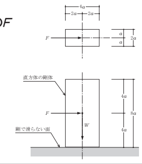
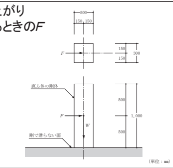
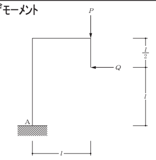
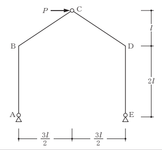
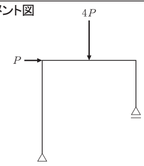
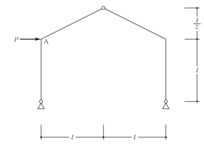
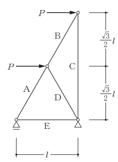
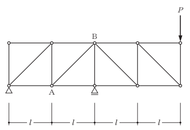
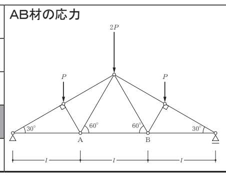
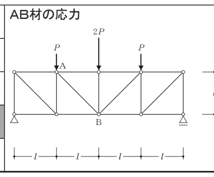
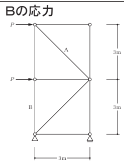
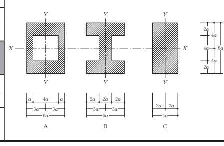
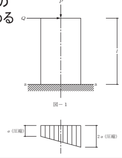
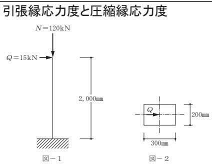
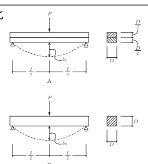
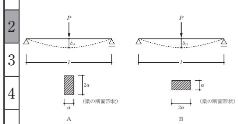
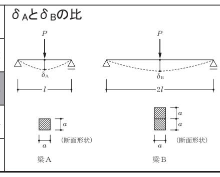
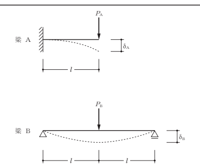
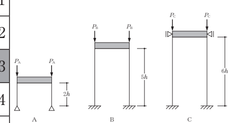
$=2\times10^5\times\underline{10^{-3}\text{kN}}\times\underline{10^{-3}\text{m}}$

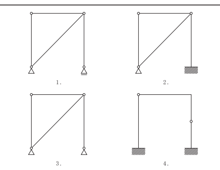
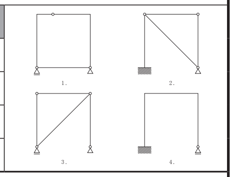
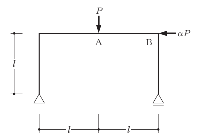
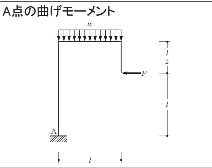
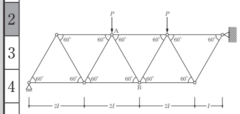
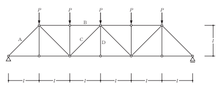
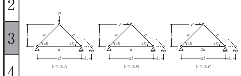
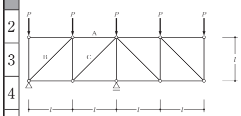
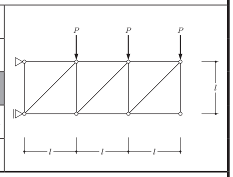
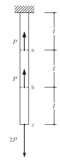
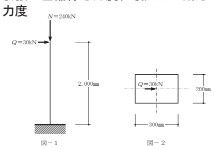
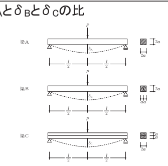
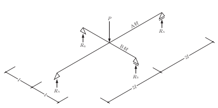
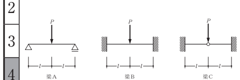
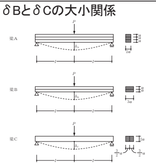
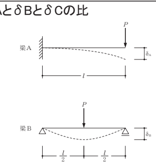
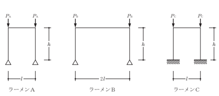
$=2\times10^{-1}\text{kN}\cdot\text{m}$（$=0.2\text{kN}\cdot\text{m}$）

第 1 章

建築物に働く力

第１章～第４章（構造力学）の出題内容一覧

	H26(2014)年	H27(2015)年	H28(2016)年	H29(2017)年	H30(2018)年
第1章 建築物に働く力		〔No.6〕転倒モーメント 浮き上がり始めるときのF 1 **2** 3 4 			〔No.6〕 転倒モーメント 浮き上がり始めるときのF 1 **2** 3 4 
第2章 静定構造物の応力	〔No.3〕 静定構造物の応力 A点の曲げモーメント **1** 2 3 4 	〔No.3〕 スリーヒンジラーメン 反力、各部のM及びQ 1 2 3 **4** 		〔No.3〕 静定構造物の応力 曲げモーメント図 **1** 2 3 4 	〔No.3〕 スリーヒンジラーメン A点の曲げモーメント 1 **2** 3 4 
第2章 静定構造物の応力	〔No.5〕 トラス A～E材の応力 **1** 2 3 4 	〔No.5〕 トラス AB材の応力 1 2 **3** 4 	〔No.5〕 トラス AB材の応力 1 2 3 **4** 	〔No.5〕 トラス AB材の応力 1 2 3 **4** 	〔No.5〕 トラス 部材A、Bの応力 1 2 **3** 4 
第3章 部材の性質と応力度		〔No.1〕 断面二次モーメント X軸、Y軸に関するIの大小関係 1 2 **3** 4 			
第3章 部材の性質と応力度	〔No.1〕 縁応力度 図の応力度分布のときのPとQを求める 1 2 **3** 4 			〔No.1〕 縁応力度 引張縁応力度と圧縮縁応力度 1 **2** 3 4 	
第3章 部材の性質と応力度	〔No.2〕 梁のたわみ δ_Aとδ_Bの比 1 2 **3** 4 		〔No.2〕 梁のたわみ δ_Aとδ_Bの比 1 **2** 3 4 	〔No.2〕 梁のたわみ δ_Aとδ_Bの比 1 2 **3** 4 	〔No.2〕 梁のたわみ 1 **2** 3 4 
第3章 部材の性質と応力度			〔No.8〕 長柱の弾性座屈荷重Pe 1 Pe:両端ピン＜両端固定 2 Pe:柱頭自由＜柱頭水平移動拘束 3 Pe:ヤング係数に比例する **4** Pe:断面二次モーメントに比例する	〔No.6〕 弾性座屈荷重 1 2 **3** 4 	

	R01(2019)年	R02(2020)年	R03(2021)年	R04(2022)年	R05(2023)年
建築物に働く力	〔No.6〕 静定構造 1 2 **3** 4 				〔No.6〕 静定構造 **1** 2 3 4 
静定構造物の応力			〔No.3〕 静定構造物の応力 A点の曲げモーメントが0 1 **2** 3 4 	〔No.3〕 静定構造物の応力 A点の曲げモーメント 1 2 **3** 4 	
静定トラス	〔No.5〕 トラス AB材の軸力 1 **2** 3 4 	〔No.5〕 トラス 部材A、Bの応力 1 **2** 3 4 	〔No.5〕 トラスの変形 水平変位 1 2 **3** 4 	〔No.5〕 トラス 部材A～Cの応力の大小関係 **1** 2 3 4 	〔No.5〕 トラスの崩壊荷重 1 2 **3** 4 
断面・応力度					〔No.2〕 軸方向の変位 a－b間の軸力とcの軸方向変位 1 **2** 3 4 
縁応力度			〔No.1〕 縁応力度 引張・圧縮縁応力度、最大せん断応力度 1 **2** 3 4 		
梁の変形	〔No.2〕 梁のたわみ δ_Aとδ_Bとδ_Cの比 1 **2** 3 4 	〔No.2〕 梁のたわみ 反力R_AとR_Bの比 1 2 3 **4** 	〔No.2〕 梁のたわみ等 応力、たわみ等 1 2 3 **4** 	〔No.2〕 梁のたわみ δAとδBとδCの大小関係 1 2 3 **4** 	〔No.1〕 梁のたわみ δAとδBとδCの比 1 2 **3** 4 
座屈		〔No.6〕 弾性座屈荷重 1 2 3 **4** 	〔No.6〕 長柱の弾性座屈荷重Pe 1 正方形断面積2倍→Pe2倍 2 ヤング係数2倍→Pe2倍 3 Pe：両端ピン＞一端自由他端固定 **4** Pe：一端ピン他端固定＞両端ピン		

第1章 建築物に働く力

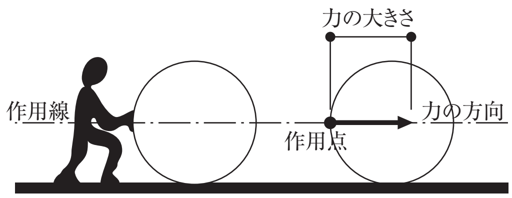
第1節　力のつり合い

1. 力

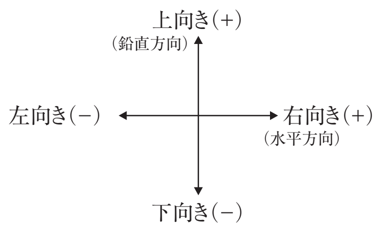
1 力の３要素と力の符号

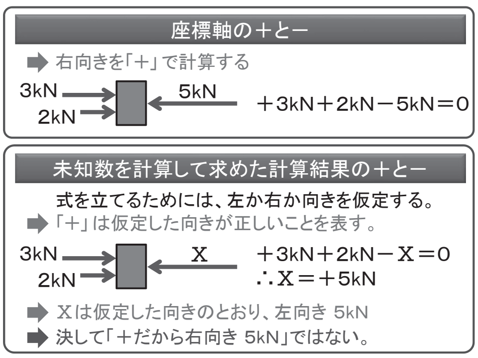
物を押したり、引いたりすると物には力が作用して移動する。その力を表すのに、力の大きさ、力の方向、力の作用点（力が作用する点）があり、これらを力の３要素という。

また、水平方向の力、鉛直方向の力、それぞれの力の向きによって、図のように力の計算において必要な符号を決めておく。



力の3要素





2 力の単位

力の単位として、N（ニュートン）、kN（キロニュートン）が使われる。1Nとは、質量100gの物体が荷重として作用するときの力（100gf）で、つまり重力加速度（$g=9.80665m/s^2$）が生じているときの力を示す。

$\boxed{1000N=1kN}$

1 kgの荷重⇒1 kg f ＝ 9.8 N
1 t（トン）の荷重⇒1tf＝9.8kN

2. 力のモーメント（*M*）

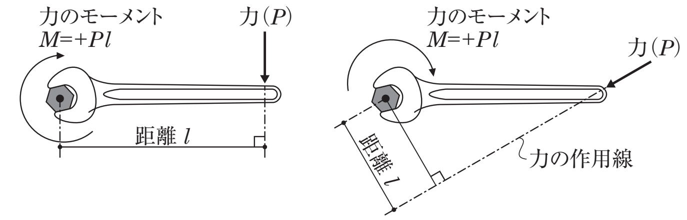
力のモーメントとは、点を中心として物体を回転させる力の効果のことである。

1 モーメント

力のモーメントは、力に距離を乗じて求める。距離の取り方は図のように力の作用線に垂線を下した長さで最短距離をとる。

力のモーメント（*M*）	＝	力	×	距離（力の作用線に垂線を下した長さ）
（N･m）		（N）		（m）

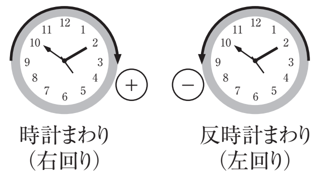
〔距離のとり方〕



2 モーメントの符号と単位

力のモーメントの符号は時計回りのモーメントを（＋）、反時計回りのモーメントを（−）とする。

単位は、力（N）×距離（m）で、N･m、kN･m となる。

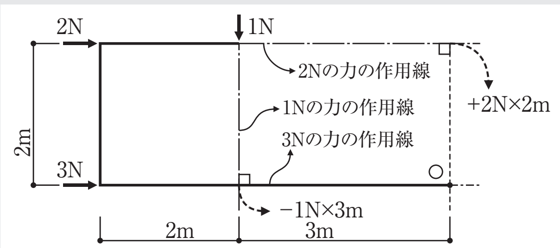


符号は、計算過程で必要となるので、決めておく必要がある。

力と力のモーメントの記号と単位	
・水平方向の力（*X*）	N、kN
・垂直方向の力（*Y*）	N、kN
・力のモーメント（*M*）	N･m、kN･m

Check Point

❶ O 点の力のモーメントの総和 M_O を求めよ。



〔解答〕

M_O=（3N×0m）＋（2N×2m）−（1N×3m）
　　=0＋4N･m−3N･m
　　=＋1N･m（↻）

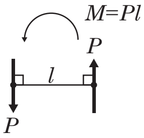
左の設問は、つり合い条件式は使わない。実際につり合っておらず、時計回りに回転する。

３Nの力の作用線がＯ点をとおるので、距離が０となり、３Nの力によるモーメントは生じない

３ 偶力のモーメント

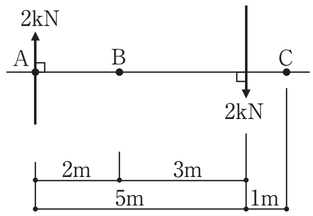
偶力とは、力の作用線が平行で、力の大きさが等しく、向きが反対の一対の力のことである。偶力のモーメントの大きさはどの点（任意の点）においても一定であり、力に２力間の垂直距離を乗じて求める。

$$\underset{(\mathrm{N\cdot m})}{\underline{\text{偶力のモーメント}}} = \underset{(\mathrm{N})}{\underline{\text{力}}} \times \underset{(\mathrm{m})}{\underline{\text{２力間の垂直距離}}}$$



偶力のモーメント

例えば、図のような偶力について、任意の点Ａ、Ｂ、Ｃ点のそれぞれのモーメント M_A、M_B、M_C を求めてみると、上式による「力（2kN）×２力間の距離（5m）=10kN･m」と同じ値が得られることがわかる。



$M_A = +(2\mathrm{kN} \times 5\mathrm{m}) = 10\mathrm{kN \cdot m}$

$M_B = +(2\mathrm{kN} \times 2\mathrm{m}) + (2\mathrm{kN} \times 3\mathrm{m})$
$= 10\mathrm{kN \cdot m}$

$M_C = +(2\mathrm{kN} \times 6\mathrm{m}) - (2\mathrm{kN} \times 1\mathrm{m})$
$= 10\mathrm{kN \cdot m}$

3. 力の合成と分解

力の**合成とは、**２つ以上の力が作用するとき、これと等しい効果をもつ１つの力にまとめることで、まとめられた１つの力を**合力（*R*）**という。

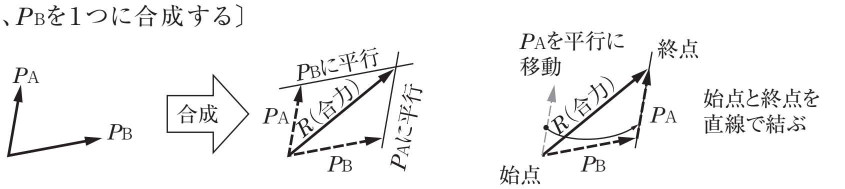
また、**分解とは、**その反対に、１つの力を、これと等しい効果をもつ２以上の力に分けることで、分けられた力を**分力**という。

１ １点に作用する力の合成と分解

①　図式解法

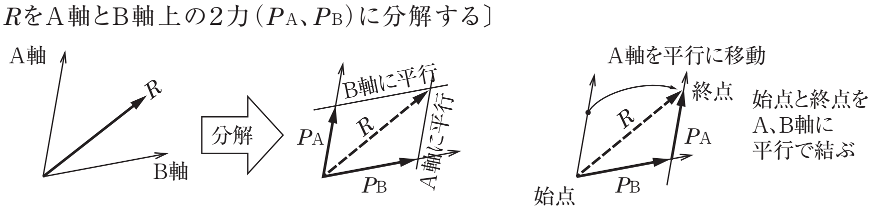
２つ以上の力の作用線が１点に作用する場合、図解法では、力の平行四辺形と力の三角形を利用して力を合成する。

〔P_A、P_Bを１つに合成する〕



力の平行四辺形　　力の三角形

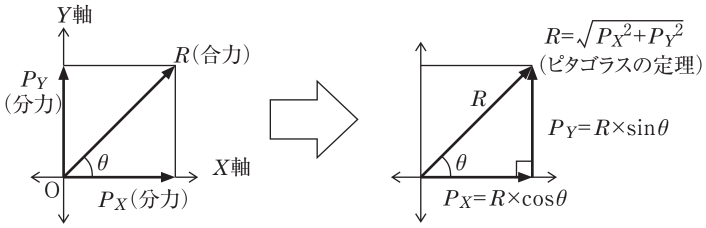
〔RをＡ軸とＢ軸上の２力（P_A、P_B）に分解する〕



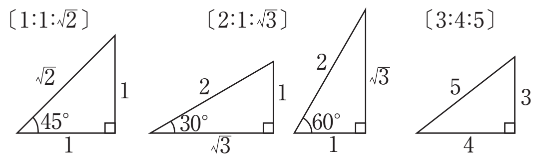
力の平行四辺形　　力の三角形

②　算式解法

図のような合力 R を X 軸、Y 軸上のそれぞれの分力 P_X 及び P_Y に置き換えた場合、3つの力は、直角三角形を形成する。その角度 θ がわかれば、三角関数により合力 R の分力 P_X 及び P_Y を求めることができ、また反対に分力 P_X 及び P_Y から、ピタゴラスの定理により、合力 R を求めることができる。

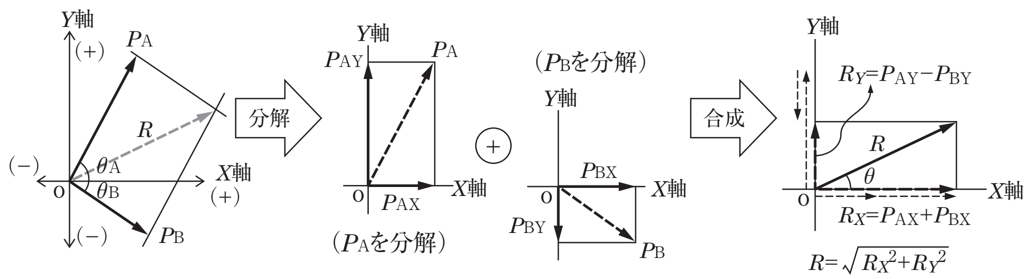


また、3力の成す直角三角形の角度 θ が、30°、45°、60°、のときなど、直角三角形の辺の比から、3力のうち、1つがわかれば、残りの2力を求めることができる。



これを利用して、図の1点に作用する P_A 及び P_B の合力 R の大きさを求めることができる。P_A、P_B をそれぞれ X 方向、Y 方向の分力、P_{AX}、P_{AY} 及び P_{BX}、P_{BY} に置き替えると、X 方向の力の合計（$\Sigma X=P_{AX}+P_{BX}$）及び Y 方向の力の合計（$\Sigma Y=P_{AY}-P_{BY}$）が、合力 R の分力 R_X、R_Y である。これを合成すれば、合力 R を求めることができる。

〔P_A、P_Bの合力Rの大きさを算式解法で求める〕



Check Point　（試験ではとても重要!!）

❶合力 R の X 方向の力⇒分力の X 方向の力の総和　$R_X=\Sigma X$
❷合力 R の Y 方向の力⇒分力の Y 方向の力の総和　$R_Y=\Sigma Y$
❸図式解法と算式解法の組合せ、かつ、三角形の辺の比から、数値を求める!

2 平行な力の合成と分解

平行な力の合成は、X 方向、Y 方向の力の総和だけでなく、モーメントに対する力の効果が等しい条件を満足しなければならない。

平行な力の合力 R の位置を求めるときはバリニオンの定理を利用して求める。

バリニオンの定理

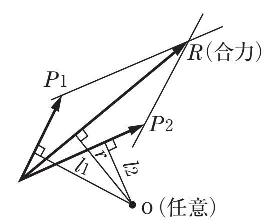
$\boxed{\text{分力のモーメントの総和（}\Sigma M\text{）}} = \boxed{\text{合力のモーメント}}$

多くの力の、任意の点(O)に対するモーメントの総和は、それらの合力のその点に対するモーメントに等しい。

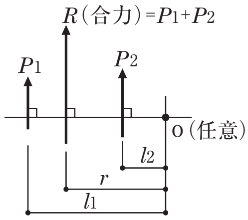
$\boxed{P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot l_2 = R \cdot r}$

これは、平行な力においても同じである。

〔1点に交わる力の場合〕

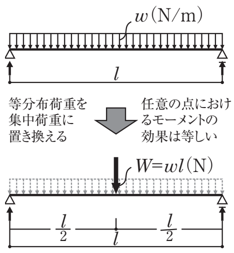


〔平行な力の場合〕



バリニオンの定理の応用例

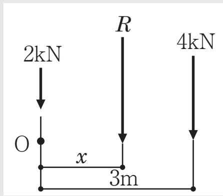
力のつり合いを考えるとき、下図のように等分布荷重を集中荷重（合力）に置き換えても、任意の点におけるモーメントの効果は変わらない



Check Point　合力と分力を求める

❶合力を求める

合力 R の大きさと、合力のO点からの距離 x を求めよ。



〔解答〕合力 R の大きさと向きを求める。

・すべての力を合計する（力の向きが異なる場合は差になる）。

R=2kN＋4kN=6kN（下向き）

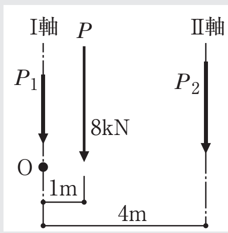
・合力の位置を求める（バリニオンの定理を利用する）

O 点における合力と分力のモーメントの効果は等しいから、

$R \times x$=2kN×0＋4kN×3m

6kN×x=12kN･m　　∴ x=2m

❷ 8kN の力 P をⅠ軸とⅡ軸上の力 P_1 と P_2 に分解せよ。



〔解答〕バリニオンの定理を利用する。

任意の点 O において、P によるモーメントと、P_1 と P_2 によるモーメントの和は等しい。

O 点におけるモーメントは

8kN×1m=P_1×0＋P_2×4m

8kN･m=P_2×4m　　∴ P_2=2kN

また、力の大きさは、$P=\Sigma Y$ であるから、

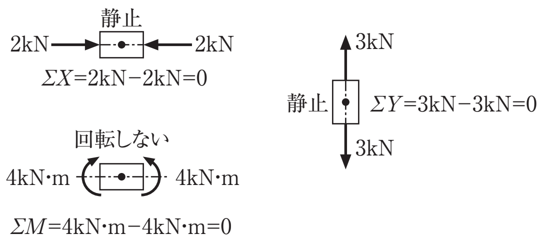
$P=P_1+P_2$

8kN=P_1＋P_2

8kN=P_1＋2kN　　∴ P_1=6kN

4. 力のつり合い

物体に作用する同一作用線上にあって、大きさが等しく、向きが反対の 2 力は、つり合い、物体は移動しない。また、物体に作用する力のモーメントの総和が 0 であれば、物体は回転しない。



したがって、次の 3 つの条件を満足するときにつり合っている。

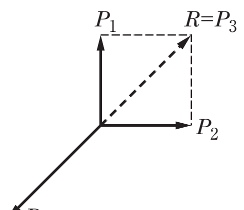
❶$\Sigma X=0$ ――― X 方向の力（水平方向の力）の総和が 0 になる。
❷$\Sigma Y=0$ ――― Y 方向の力（鉛直方向の力）の総和が 0 になる。
❸任意の点で、$\Sigma M=0$ ―――力のモーメント（回転力）の総和が 0 になる。

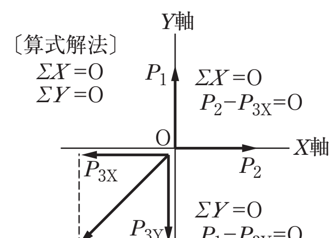
❶ 1 点に作用する力のつり合い条件

1 点に作用する力がつり合っていれば、力のモーメントの総和は 0 になるので、$\Sigma M=0$ である。したがって、X 方向、Y 方向の力の総和が 0 であることがつり合い条件である。

①　1 点に作用する 3 力以上の算式解法

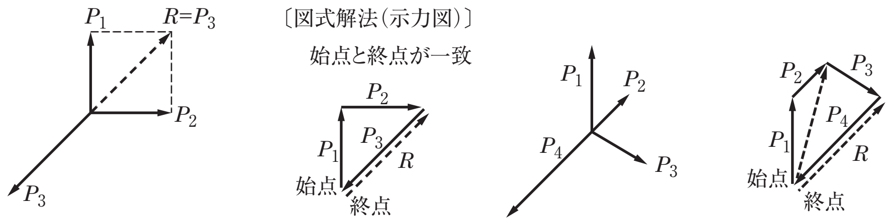
つり合い条件は、**$\Sigma X=0$、$\Sigma Y=0$** である。





②　3 力以上の図式解法

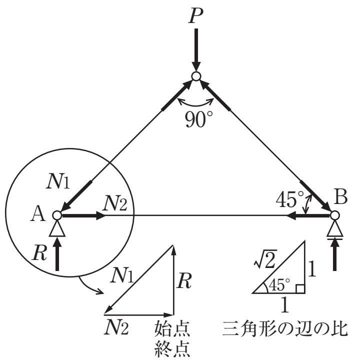
3 つ以上の力が作用する場合は、下図のような、3 力の三角形や力の数に応じた多角形の**始点と終点が一致**し、合力が 0 となったときに、つり合っているといえる。これを**示力図が閉じる**といい、直角三角形となる場合は、力の合成、分解で示した三角形の辺の比を用いて、一点に集まる力の大きさを求めることができる。



P_3 は、P_1、P_2 の合力 R と大きさ等しく、向きが反対になっていることからも 3 力がつり合っていることがわかる。3 力以上になっても、考え方は全く同じである。

③　静定トラス骨組の 1 節点に作用する力のつり合い

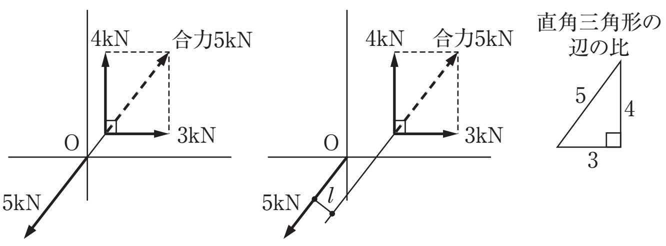
図のような静定トラスの A 節点には、骨組を下から支える反力 R と部材に生じる力 N_1、N_2 の 3 力が A 節点 1 点に作用している。3 力の示力図を描き、1 つの力と向きがわかれば、直角三角形の辺の比から、残りの各力の大きさと向きを求めることができる。



このように、静定トラス骨組の力は、1 点に作用することから、算式又は図式解法を用いて、力を算出することができる。

2 1 点に作用しない力のつり合い条件

図の左側のように 1 点に作用する場合は、X 方向、Y 方向の力がつり合えば、3 力はつり合う。しかし、図の右側のように 1 点に作用しない力は、X 方向、Y 方向の力がつり合っていても、作用線間の距離 l による力のモーメント、この場合は、偶力（反時計回りに、5kN×l）が生じ、力のモーメントの総和が 0 にならず、回転をおこしてしまいつり合わない。



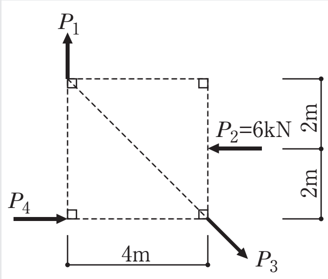
1点に作用する場合　　1点に作用しない場合

したがって、X 方向、Y 方向だけでなく、任意の点で $\Sigma M=0$ でなければならない。

- $\Sigma X=0$ ―――――― X 方向の力（水平方向の力）の総和が 0 になる。
- $\Sigma Y=0$ ―――――― Y 方向の力（鉛直方向の力）の総和が 0 になる。
- 任意の点で$\Sigma M=0$ ―― どの点でも力のモーメント(回転力)の総和が0になる。

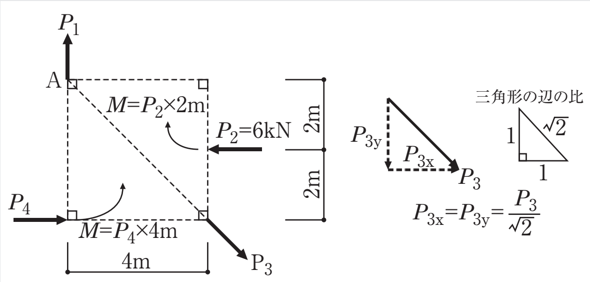
Check Point

❶図のように、4つの力（P_1～P_4）がつり合っているとき、P_1、P_3、P_4 の値を求めよ。



〔解答〕

任意の点で$\Sigma M=0$であるので、図のA点についてモーメントの和が 0 であることからP_4を求める。これは、P_1、P_3 の作用線上にある A 点では、距離が 0 になる P_1、P_3 のモーメントが生じないからである。



$\Sigma M_A=0$ より、P_4 を求める。

$P_1 \times 0 + P_2 \times 2\text{m} + P_3 \times 0 - P_4 \times 4\text{m}=0$

$6\text{kN} \times 2\text{m} - P_4 \times 4\text{m}=0$

$\therefore \quad P_4=12\text{kN}\cdot\text{m}/4\text{m}=3\text{kN}$

なお、P_3 を XY 方向の分力に分けて、↗↘つり合いを考える。

$\Sigma X=0$ より、$P_4-6+\dfrac{P_3}{\sqrt{2}}=0$

$\therefore \quad P_3=3\sqrt{2}$ kN

$\Sigma Y=0$ より、$P_1 - P_{3y}=0$

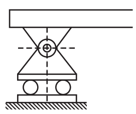
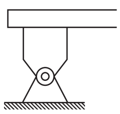
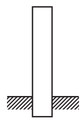
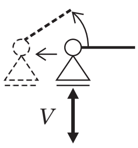
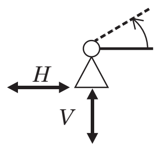
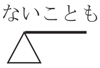
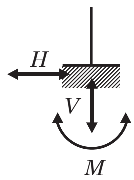
$\therefore \quad P_1 = 3\text{kN}$

第２節　安定・静定

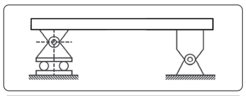
1．支点と節点

1 支点

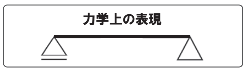
支点とは構造物を支えている点で、その点で支えている力を**反力**という。支点は、次の３種類に分けることができる。**移動支点**は鉛直方向の力だけを支え、**回転支点**は鉛直方向の力と水平方向の力の２方向の力を支える。**固定端**は、鉛直方向の力、水平方向の力、モーメント（回転力）の３種類の力全てを支えることができる。

	移動支点 （ピンローラー）	回転支点 （ピン又はヒンジ）	固定端 （フィックス）
支点			
記号	 （〇をつけないことも多い） 	 （〇をつけないことも多い） 	
反力の種類	V：鉛直反力	V：鉛直反力 H：水平反力	V：鉛直反力 H：水平反力 M：モーメント（回転）反力
反力数	1	2	3

力学上の表現



力学上の表現

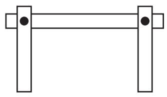
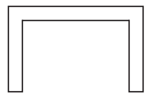


ピンローラーの実例

ピンの実例

2 節点

節点とは、梁と柱など部材と部材を接合している点で、次の２つがある。**滑節点（ピン又はヒンジ）**は自由に回転する節点で、鉛直方向、水平方向の力を伝達する。**剛節点**は回転が拘束されている節点で、鉛直方向、水平方向の力、モーメントを伝達することができる。

	滑節点（ピン節点又はピン接合）	剛接合（剛節点）
節点		
記号	 ←ピン（又はヒンジ）	 ←接合角度は変わらない ラーメン
力の伝達	鉛直方向、水平方向の２つ	鉛直方向、水平方向、モーメントの３つ

2. 安定・静定

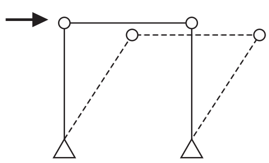
構造物には骨組の組み方や支点の関係から不安定な構造物（不安定構造物）と安定した構造物（安定構造物）に分けられる。安定構造物はさらに不安定になりやすい静定構造物と静定構造物より丈夫な不静定構造物に分けることができる。

- 構造物
  - 不安定構造物（建築物としては使用できない）
  - 安定構造物
    - 静定構造物（支点や節点を１つゆるめるとすぐ不安定になる構造物）
    - 不静定構造物（静定構造物より安定した構造物）

1 不安定構造物と安定構造物（静定構造物・不静定構造物）

①　**不安定構造物**――・外力により移動するもの
・外力により大きな変形を起こし骨組が倒れるもの

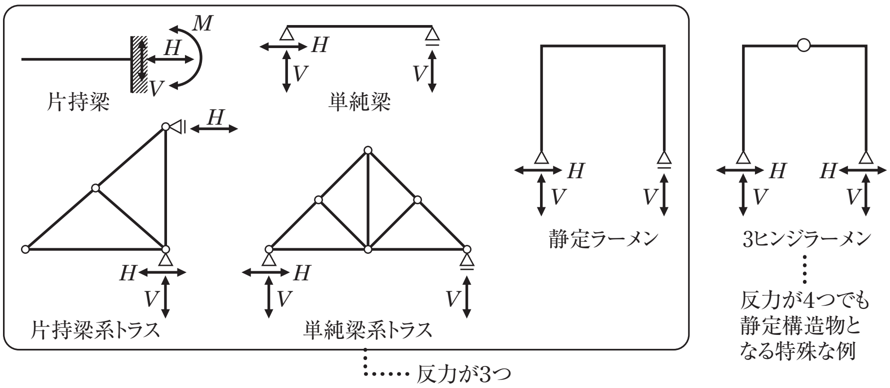
移動する（外的不安定）



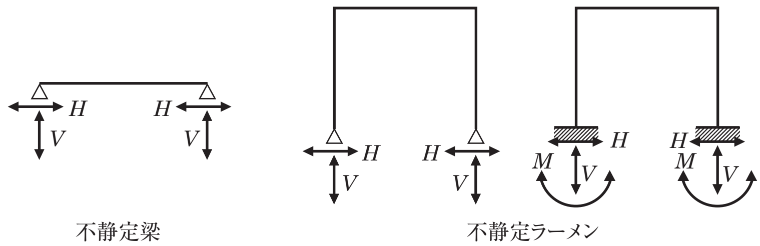
大きな変形をおこし倒れる

②　**安定構造物**――・不安定構造物以外はすべて安定構造物になる
・外力により移動せず、変形しても倒れないもの

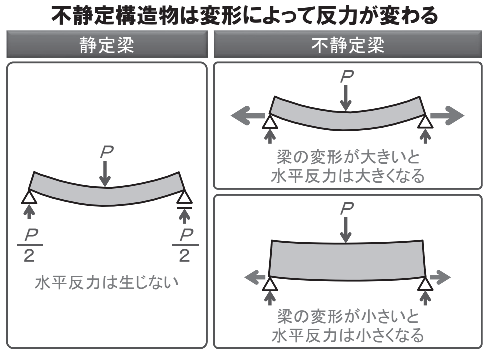
⑴　**静定構造物**：支点や節点を１つゆるめるとすぐ不安定になる構造物。つり合い条件だけで解けるもの。



⑵　**不静定構造物**：静定構造物より丈夫な構造物（反力数４以上）。
つり合い条件だけでは解けないもの。



不静定構造物は変形によって反力が変わる



2 不安定と安定の判別式

①　判別式

構造物の不安定・安定（静定・不静定）は、判別式で判定される。

判別式 $\boldsymbol{m=(n+s+r)-2k}$

n：反力数

s：部材数

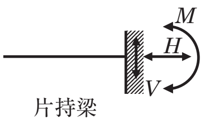
r：剛節点に接合されている部材数－1

$2k$：(支点と節点の数)×2(倍)

$m<0$	不安定
$m=0$	安定、静定
$m>0$	安定、不静定

②　判別例

次に主な構造物の判別例を示す。

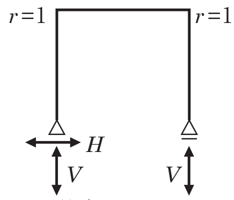


片持梁

$n=3$
$s=1$
$r=0$
―――
4
$-2k=2\times2$
―――
0（安定･静定）
節点数に自由端含む

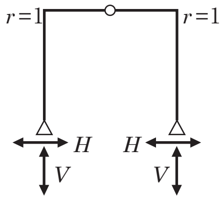
単純梁

$n=3$
$s=1$
$r=0$
―――
4
$-2k=2\times2$
―――
0（安定･静定）



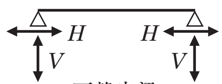
静定ラーメン

$n=3$
$s=3$
$r=2$
―――
8
$-2k=2\times4$
―――
0（安定･静定）



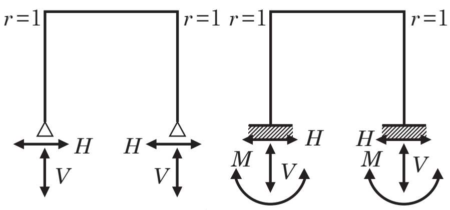
3ヒンジラーメン

$n=4$
$s=4$
$r=2$
―――
10
$-2k=2\times5$
―――
0（安定･静定）



不静定梁

$n=4$
$s=1$
$r=0$
―――
5
$-2k=2\times2$
―――
1（安定･1次不静定）



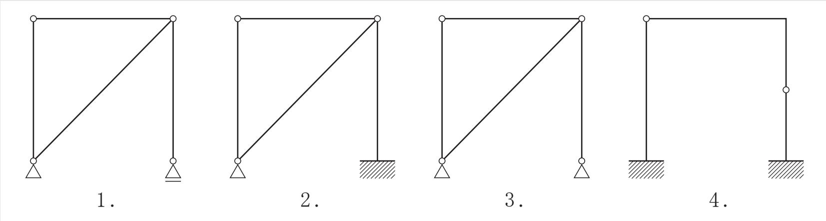
不静定ラーメン

$n=4$
$s=3$
$r=2$
―――
9
$-2k=2\times4$
―――
1（安定･1次不静定）

$n=6$
$s=3$
$r=2$
―――
11
$-2k=2\times4$
―――
3（安定･3次不静定）

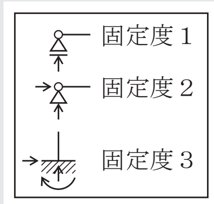
Check Point 試験で使える簡略判別法

次の架構のうち、**静定構造**はどれか。



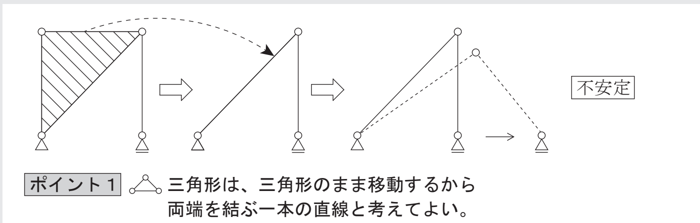
〔解答〕

設問の骨組を次図中の３つのポイントに着目して**簡略化**した上で、変形を予測し、又は、**代表的な静定構造**である片持梁（片持梁系ラーメン・片持梁系トラス)、単純梁（単純梁系ラーメン・単純梁系トラス)、３ヒンジラーメンと**比較**して、静定構造・不静定構造・不安定構造を判断する。

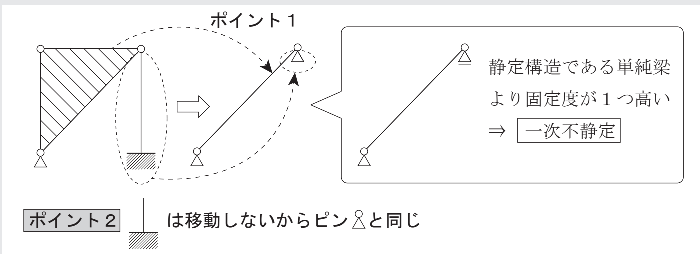


代表的な静定構造よりも**固定度**(反力数)が１高ければ一次不静定構造、固定度が２高ければ二次不静定構造と呼ぶ。静定構造よりも固定度が低ければ不安定構造である。

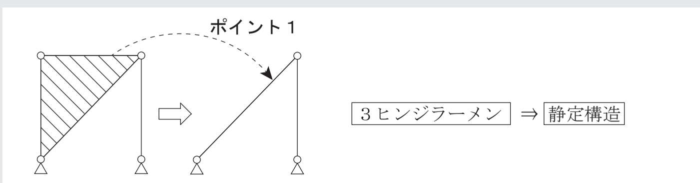
1.



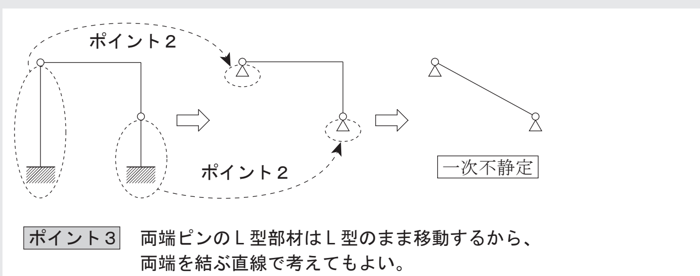
2.



3.

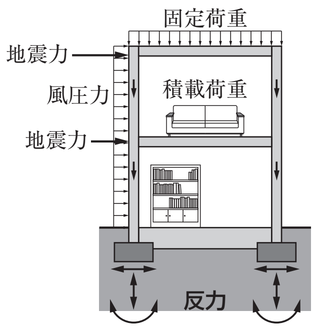


4.



第３節　静定構造物の反力

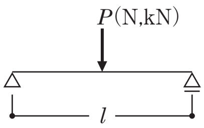
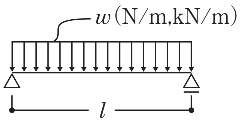
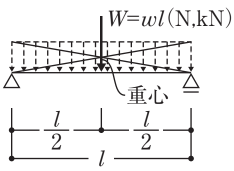
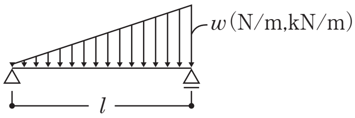
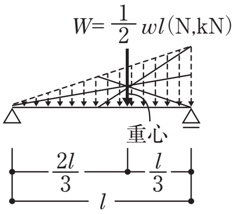
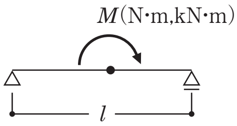
荷重や外力に対して、つり合うために支点においては反力が生じる。したがって、反力も外力であるから、反力が求められて、初めて構造物に作用する力が判明し、各部材に生じる力（応力）を求めることができる。また、この反力を求めることを反力計算という。

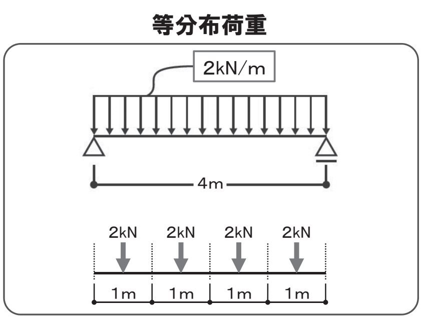


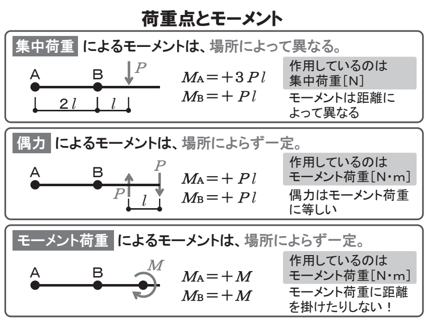
1．荷重の種類と反力計算上の取り扱い

代表的な荷重の種類と荷重状態は次のようになる。

特に注意すべきは、等分布荷重、等変分布荷重については、バリニオンの定理により、分力と合力のモーメントの効果は等しいことから、それらの合力を求め、集中荷重として計算する。

荷重の状態		表示	反力計算時の取り扱い
集中荷重	１点に集中して作用する荷重		そのまま力のつり合いを考える
等分布荷重	同じ大きさで、一様に分布する荷重		重心に作用する集中荷重に置き換える 
等変分布荷重	一定の割合で、増加又は減少する分布荷重		重心に作用する集中荷重に置き換える 
モーメント荷重	回転させようとする荷重		荷重点の位置にかかわらず、モーメントのつり合いを考える（$\Sigma M=0$）





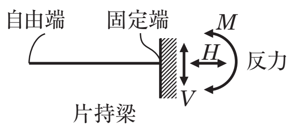
2. 静定構造物の反力計算

反力計算は、外力、荷重を支える支点の反力を仮定し、力のつり合い条件式から、求める。静定構造物の反力数、つまり未知数は一般に３つであるから、力のつり合い条件式より、求めることができる。

> 反力計算――――力のつり合い条件より求める
> $\Sigma X=0$
> $\Sigma Y=0$
> 任意の点において、$\Sigma M=0$

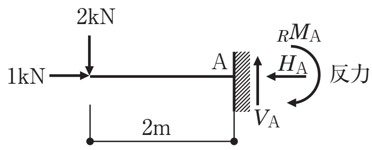
1 片持梁の反力計算

片持梁とは一端が自由端で，他端が固定端の梁をいう。片持梁は支点が固定端の１つだけなので力のつり合い条件から簡単に反力を求めることができ、片持ち梁の場合は、これが固定端の応力となる。



① **反力計算の手順（基本：集中荷重が作用する場合）**

⑴ **反力を仮定する**



鉛直反力 V_A、水平反力 H_A、モーメント反力 $_RM_A$ を仮定する。

反力の向きは、一般にプラス側に仮定し、求めた数値が**＋ならそのまま、－なら仮定の向きが反対**であったことがわかる。

また、設問のように向きが明らかな場合は、その向きに仮定すればよい。

⑵ **力のつり合い条件より反力を求める**

$\Sigma X=0$ より、H_A を求める。

$1\text{kN}+(-H_A)=0$

$\therefore\ H_A=1\text{kN}$　仮定どおり左向き

$\Sigma Y=0$　より、V_A を求める。

$-2\text{kN}+V_A=0$

$\therefore\ V_A=2\text{kN}$　仮定どおり上向き

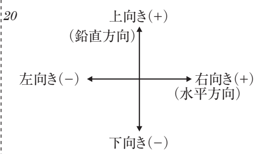
任意の点で $\Sigma M=0$ なので、A 点でのつり合いから、$_RM_A$ を求める。

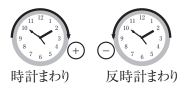
$\Sigma M_A=-2\text{kN}\times 2\text{m}$（左回り）$+{}_RM_A$（右回りに仮定）$=0$

$-4\text{kN}\cdot\text{m}+{}_RM_A=0$

$\therefore\ {}_RM_A=4\text{kN}\cdot\text{m}$　仮定どおり右回り（時計回り）

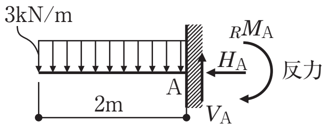
計算時に必要な力の符号





②　反力計算の手順 2（等分布荷重が作用する場合の例）

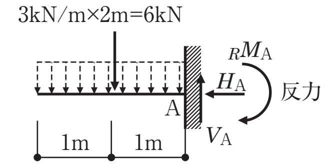
図の A 点の反力を求める。



⑴ 等分布荷重を集中荷重に置き換える

等分布荷重(w)に作用するスパンの長さ(l)を乗じて求める。

3kN/m × 2m=6kN



⑵ 集中荷重と同様に求める

$\Sigma X=0$ より、H_A を求める。

0kN＋(－H_A)=0　　∴　H_A=0kN

$\Sigma Y=0$ より、V_A を求める。

－6kN＋V_A=0　　　∴　V_A=6kN　仮定どおり上向き

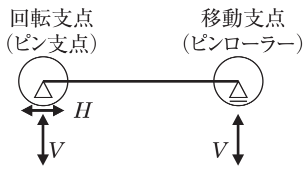
任意の点で $\Sigma M=0$ なので、A 点でのつり合いから、$_RM_A$ を求める。

－6kN × 1m＋$_RM_A$=0

∴　$_RM_A$=6kN·m　仮定どおり右回り（時計回り）

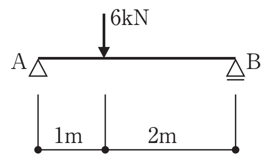
2 単純梁の反力計算

単純梁とは、回転支点（反力 2）と移動支点（反力 1）からなる梁で、反力の合計は 3 つになる。したがって、反力（未知数）が一つの移動支点から先に反力を求めるのが定石である。



①　反力計算の手順 I（基本：集中荷重が作用する場合）

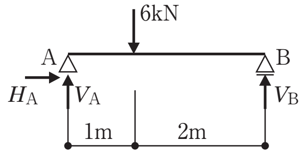
次の単純梁の反力を求める。



⑴ 反力を仮定する

鉛直反力 V_A、水平反力 H_A を仮定する。モーメント反力はない。

反力の向きは、一般にプラス側に仮定し、求めた数値が**＋ならそのまま、－なら仮定の向きが反対**であったことになる。



⑵ 力のつり合い条件より反力を求める

反力が仮定されれば、図の 6kN、H_A、V_A、V_B の 4 つの力が、つり合っている。力のつり合い条件式、又は図式解法を用いて、未知数を求めていく。

(i)　$\Sigma X=0$ より、回転支点の水平反力 H_A を求める。

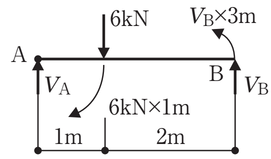
H_A=0

(ii)　任意の点で $\Sigma M=0$ より、

移動支点の反力 V_B を求める。

A 点でモーメントのつり合い式を立てる。

$\Sigma M_A=0$ より、



反力の多い点（未知数の多い）について $\Sigma M=0$ とした方が計算が楽であることから、回転支点（この場合 A 点）について、条件式を立てることが多い。

$6kN \times 1m$（右回り）$- V_B \times 3m$（左回り）$=0$

$6kN \cdot m - 3m \times V_B = 0$

$\therefore$　$V_B = 2kN$　仮定どおり上向き

(iii)　$\Sigma Y=0$ より、回転支点の鉛直反力 V_A を求める。

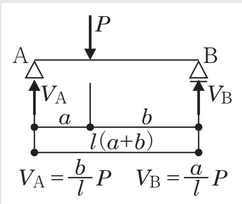
$V_A + V_B + (-6kN) = 0$

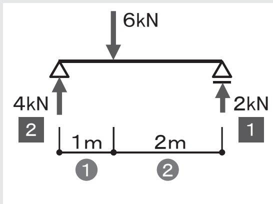
$V_A + 2kN - 6kN = 0$

$\therefore$　$V_A = 4kN$　仮定どおり上向き

Check Point　**試験で使えるテクニック**

❶次図のような鉛直荷重が作用するとき、A、B両支点の鉛直反力と荷重の作用点との関係は、図のようになることがわかる。





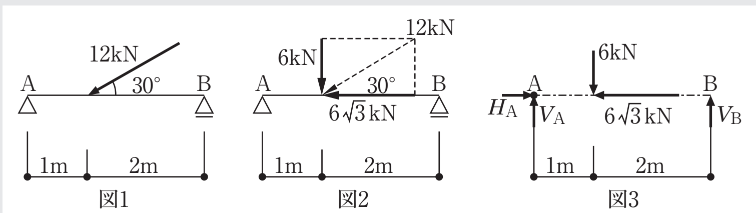
❷図１のような集中荷重が作用する場合は、図２のように鉛直方向、水平方向の分力にして考える。このとき、直角三角形の辺の比を利用して、大きさを求める。

そのあとの解法は、まったく同じである。

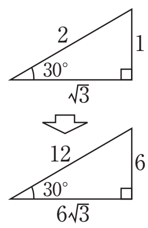
図３のように、H_A、V_A、V_B、鉛直荷重 6kN、水平荷重$6\sqrt{3}$ kN の５つの力のつり合い条件を考える。$6\sqrt{3}$ kN の水平荷重が作用するので、

$\Sigma X=0$ より、$H_A = 6\sqrt{3}$ kN （仮定どおり右向き）、

$\Sigma Y=0$ より、$V_B=2kN$、$V_A=4kN$　それぞれ仮定どおり上向き



直角三角形の辺の比

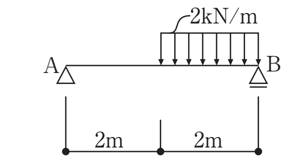


②　反力計算の手順Ⅱ（基本：等分布荷重が作用する場合）

⑴　**等分布荷重を集中荷重に置き換える**

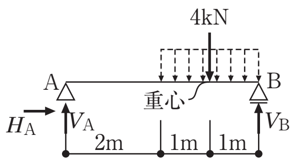
等分布荷重(w)に作用するスパンの長さ(l)を乗じて求める。

2kN/m×2m=4kN



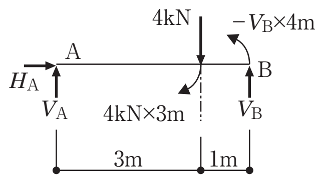
⑵　**反力を仮定する**

図の 4kN、H_A、V_A、V_B の 4 力はつり合っている。



⑶　**力のつり合い条件から求める**

力のつり合い条件式を用いて、未知数を求めていくことができる。



(i)　$\Sigma X=0$ より

$H_A=0$

水平方向の力が作用していないので、明らかに水平反力が生じないことがわかる。

(ii)　$\Sigma M_A=0$ より、V_B を求める。

$\Sigma M_A=4\text{kN}\times 3\text{m}$(右回り)$-V_B\times 4\text{m}$(左回り)$=0$

$12\text{kN}\cdot\text{m}-4\text{m}\times V_B=0$　　∴　$V_B=12\text{kN}\cdot\text{m}/4\text{m}=3\text{kN}$（上向き）

(iii)　$\Sigma Y=0$ より、V_A を求める。

$V_A+V_B-4\text{kN}=0$

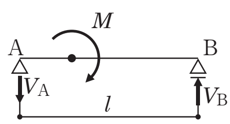
$V_A+3\text{kN}-4\text{kN}=0$

$V_A-1\text{kN}=0$　　∴　$V_A=1\text{kN}$（上向き）

バリニオンの定理により、分力と合力のモーメントの効果は等しいことから、つり合いを考えるときには、等分布荷重の合力を求め、集中荷重として計算する。

③　反力計算の手順Ⅲ（基本：モーメント荷重が作用する場合）

モーメント荷重は、**作用点の位置には関係しない**。したがって、モーメント荷重のみ作用する場合、図の A 点における$\Sigma M=0$ より、

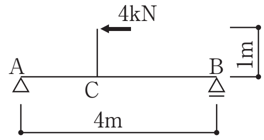


$\Sigma M_A=M-V_B\times l=0$　∴　$V_B=\dfrac{M}{l}$（上向き）

$\Sigma Y=0$ より、$-V_A+V_B=0$　∴　$V_A=\dfrac{M}{l}$（下向き）

つまり、**反力の偶力によって抵抗する**ので、$\boxed{V_A=V_B=\dfrac{M}{l}}$ から、求めることができ、向きは反対になる。

例として、右図のような場合で、片持梁部分のモーメント（4kN×1m）と水平力（4kN）が梁部材のC点に作用すると考える場合である。



反力を仮定し、つり合い条件式から、

$\Sigma X=0$ より、　$H_A=4\text{kN}$（右向き）

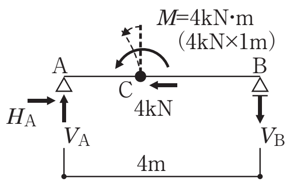
$\Sigma Y=0$ より、

V_A(上向き)$-V_B$(下向き)$=0$　∴　$V_A=V_B$

A点でモーメントのつり合い式をたてる。

$\Sigma M_A=-4\text{kN}\cdot\text{m}+V_B\times 4\text{m}=0$ より、

$V_B=1\text{kN}$　仮定どおり下向き、$V_A=1\text{kN}$　仮定どおり上向き



この構造物の場合は、モーメント荷重に抵抗するのは、鉛直反力による偶力だけなので、

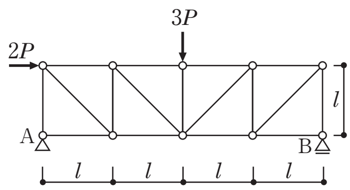
$V_A=V_B=\dfrac{M}{l}$ から、簡単に大きさを求めることができる。

④　単純梁系トラスの反力計算

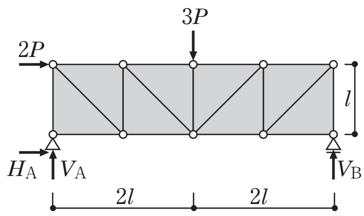
図のような静定トラスの反力計算も、単純梁と同じである。**トラス骨組を一つの剛体（物体）と考え**、支点反力を仮定すれば、図のような**５つの力のつり合いを考えればよい**ことがわかる。

⑴　**反力を仮定する**

反力が仮定されれば、図の鉛直荷重の$3P$、水平荷重の$2P$、H_A、V_A、V_Bの５つの力のつり合い条件から、未知数を求めていく。



⑵　**力のつり合い条件より反力を求める**



(i)　$\Sigma X=0$ より、水平反力 H_A を求める。

$\Sigma X=H_A+2P=0$

∴　$H_A=-2P$　仮定と向き反対の左向き

(ii)　任意の点で$\Sigma M=0$ より、V_Bを求める。

A点でモーメントのつり合い式を立てる。

$\Sigma M_A=2P\times l$(右回り)$+3P\times 2l$(右回り)$-V_B\times 4l$(左回り)$=0$

$8P\cdot l$(右回り)$-V_B\times 4l$(左回り)$=0$

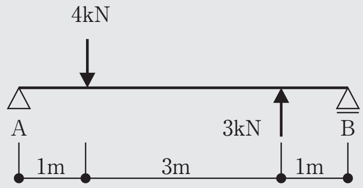
∴　$V_B=2P$　　仮定どおり上向き

(iii)　$\Sigma Y=0$ より、$V_A+V_B+(-3P)=0$

$V_A+2P-3P=0$　　∴　$V_A=P$　　仮定どおり上向き

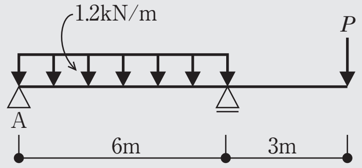
Check Point ケーススタディ

❶次の単純梁の支点Bの反力を求めよ。ただし、反力の方向は、上向きを（＋）、下向きを（－）とする。



（答　$V_B = 1.6$kN　下向き）

❷次の単純梁において、支点 A に垂直反力が生じないような荷重 P の値を求めよ。



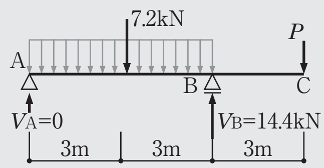
〔解答〕

等分布荷重を集中荷重に置き換え、$V_A = 0$ として、B 点でのつり合いを考える。

$\Sigma M_B = 0$ より、

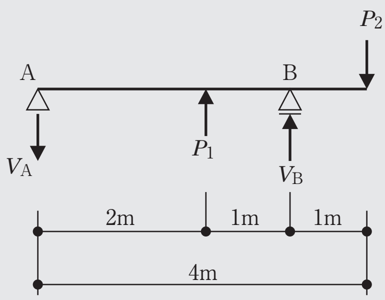
$-7.2 \times 3\text{m} + P \times 3\text{m} = 0$

$\therefore P = 7.2$kN



（答　$P = 7.2$kN）

❸次の単純梁における荷重の比を、$P_1 : P_2 = 5 : 4$ としたとき、支点反力の比（$V_A : V_B$）を求めよ。



〔解答〕

$P_1 : P_2 = 5 : 4 = 5P : 4P$ に置き換えて、つり合い条件式から、$V_A : V_B$ を求める。

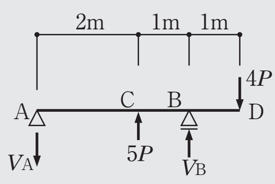
$\Sigma M_B = 0$ より、

$-V_A \times 3\text{m} + 5P \times 1\text{m} + 4P \times 1\text{m} = 0$

$\therefore V_A = 3P$

$\Sigma Y = 0$ より、$-V_A + 5P + V_B - 4P = 0$

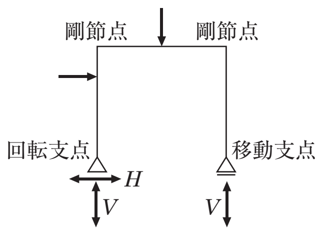
$\therefore V_B = 2P$　　したがって、$V_A : V_B = 3 : 2$



（答　$V_A : V_B = 3 : 2$）

3 静定ラーメンの反力計算

柱と梁などの部材が剛接合された骨組をラーメンといい、静定ラーメンとは、一端が回転支点、他端が移動支点で支持されたものをいう。反力計算の手順は、単純梁と同様であるが、柱があることで、**柱に水平力が作用する場合**は、支点との距離が生まれ、**モーメントの計算に影響する**点が単純梁との違いである。



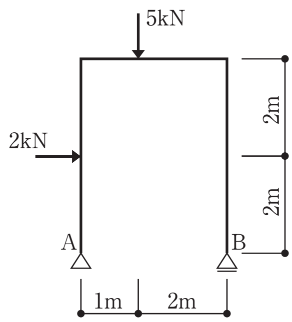
静定ラーメン

①　反力計算の手順Ⅰ（基本：集中荷重が作用する場合）

次の静定ラーメンの反力を求める手順を説明する。

(1)　**反力を仮定する**

反力が仮定されれば、図の鉛直荷重の 5kN、水平荷重の 2kN、H_A、V_A、V_B の５つの力のつり合い条件から、未知数を求めていく。



(2)　**力のつり合い条件より反力を求める**

(i)　$\Sigma X=0$ より、水平反力 H_A を求める。

$\Sigma X=H_A+2\text{kN}=0$

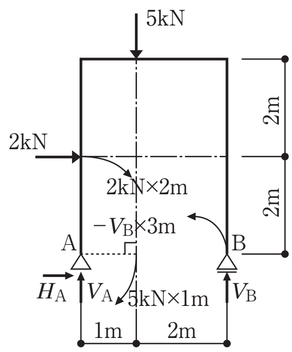
∴　$H_A=-2\text{kN}$　マイナスなので、仮定と向き反対の左向き

(ii)　A 点について$\Sigma M=0$ より、V_B を求める。

$\Sigma M_A=2\text{kN}\times2\text{m}$(右回り)$+5\text{kN}\times1\text{m}$(右回り)$-V_B\times3\text{m}$(左回り)$=0$

$4\text{kN·m}+5\text{kN·m}-3\text{m}\times V_B=0$

∴　$V_B=\dfrac{9\text{kN·m}}{3\text{m}}=3\text{kN}$　仮定どおり上向き



(iii)　$\Sigma Y=0$ より、V_A を求める。

$\Sigma Y=V_A+V_B+(-5\text{kN})=0$

$V_A+3\text{kN}-5\text{kN}=0$

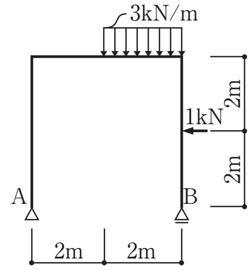
∴　$V_A=2\text{kN}$　仮定どおり上向き

②　反力計算の手順Ⅱ（基本：等分布荷重が作用する場合）

(1)　**等分布荷重を集中荷重に置き換える**

等分布荷重(w)に作用するスパンの長さ(l)を乗じて、重心位置に作用させる。

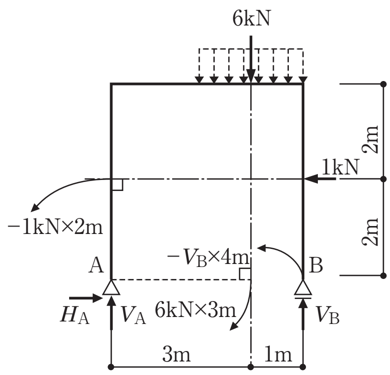
$3\text{kN/m}\times2\text{m}=6\text{kN}$



バリニオンの定理により、分力と合力のモーメントの効果は等しいことから、つり合いを考えるときには、等分布荷重の合力を求め、集中荷重として計算する。

（2）　**反力を仮定する**

図の鉛直荷重 6kN、水平荷重 1kN、H_A、V_A、V_B の５力はつり合っている。



（3）　**力のつり合い条件から求める**

（i）　$\Sigma X=0$　より、　$H_A-1\text{kN}=0$

∴　$H_A=1\text{kN}$　仮定どおり右向き

（ii）　A 点において、$\Sigma M_A=0$　より

$$\Sigma M_A=(6\text{kN}\times 3\text{m})-(1\text{kN}\times 2\text{m})-(V_B\times 4\text{m})=0$$

$$18\text{kN}\cdot\text{m}-2\text{kN}\cdot\text{m}-4\text{m}\times V_B=0$$

∴　$V_B=\dfrac{16\text{kN}\cdot\text{m}}{4\text{m}}=4\text{kN}$　仮定どおり上向き

（iii）　$\Sigma Y=0$　より、$V_A+V_B-6\text{kN}=0$

$$V_A+4\text{kN}-6\text{kN}=0$$

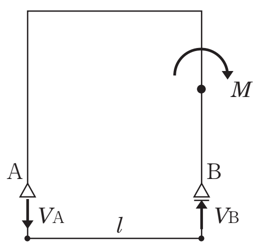
∴　$V_A=2\text{kN}$　仮定どおり上向き

反力数の多い点（未知数の多い）について$\Sigma M=0$とした方が計算が楽であることから、回転支点（この場合Ａ点）について、条件式を立てることが多い。

③　反力計算の手順Ⅲ（基本：回転荷重が作用する場合）

モーメント荷重は、作用点の位置には関係しない。したがって、**鉛直方向の反力の偶力によって抵抗する**ので、$\boxed{V_A=V_B=\dfrac{M}{l}}$ から、求めることができる。

これは単純梁と同様である。回転支点と移動支点では、鉛直方向に対の反力が作用するので、偶力が生じるが、水平反力は１つなので、偶力が生じないからである。



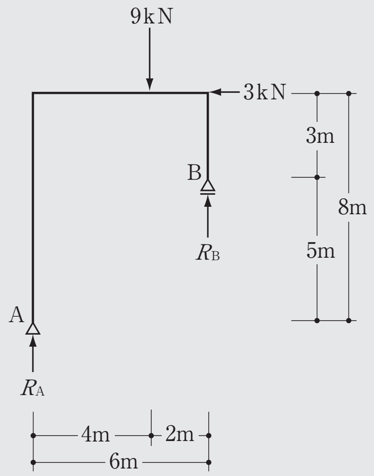
$\Sigma M=0$ より、

$\Sigma M_A=+M-V_B\cdot l=0$

$\therefore V_B=\dfrac{M}{l}$

Check Point　ケーススタディ

❶次の静定ラーメンの支点A、Bに生じる鉛直反力 R_A、R_B を求めよ。



〔解答〕

A 点、B 点の鉛直反力 R_A、R_B、水平反力 H_A を仮定し、力のつり合い条件、$\Sigma X=0$、$\Sigma Y=0$、任意の点で $\Sigma M=0$ から求める。

《$\Sigma X=0$ より、》

水平方向の力は、２力しかないので、簡単にA点の水平反力 H_A は判明する。

$H_A-3\text{kN}=0$

∴ $H_A=3\text{kN}$（仮定どおり右向き）

《任意の点で $\Sigma M=0$》

A 点において、$\Sigma M_A=0$ より、

$9\text{kN}\times4\text{m}-3\text{kN}\times8\text{m}$

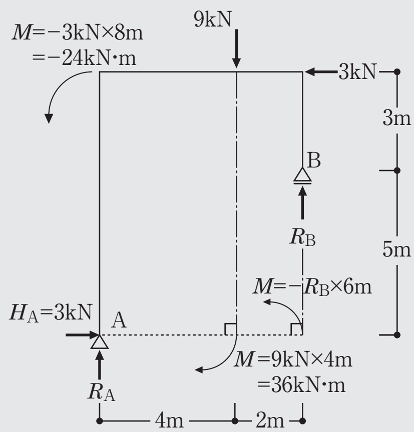
$-R_B\times6\text{m}=0$

$36\text{kN}\cdot\text{m}-24\text{kN}\cdot\text{m}$

$-R_B\times6\text{m}=0$

$R_B\times6\text{m}=12\text{kN}\cdot\text{m}$

∴ $R_B=+2\text{kN}$（仮定どおり上向き）



《$\Sigma Y=0$》

$R_A-9\text{kN}+R_B=0$

$R_A-9\text{kN}+2\text{kN}=0$

∴ $R_A=+7\text{kN}$（仮定どおり上向き）

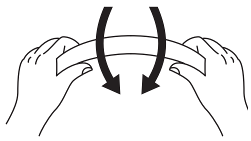
第2章　静定構造物の応力

第1節　応力

1．応力とは

第1章で学習したように、骨組に荷重が作用すると、荷重につり合うように反力が生じる。これらの**外力は**、梁や柱などの**部材を変形（伸ばす、縮める、ずらす、曲げるなど）させようとする。その変形に対応して部材内部に生じる力が応力**である。

この変形させようとする力、つまり応力は、右図のように、大きさ等しく、向きを反対とする『**つり合う1対の力**』である。部材の任意の断面には、この1対の力が生じている。



外力
荷重と反力を合わせて、外力である。

2．応力の種類

部材に生じる応力の種類は、次のとおり**軸方向力（軸応力）、せん断力（せん断応力）、曲げモーメント（曲げ応力）の3種類**である。

応力の種類	部材に作用する力	一部断面の変形	応力図（N図、Q図、M図）の描き方	
軸方向力 **（N）**	N ← → N 引張 ⊕ N → ← N 圧縮 ⊖	伸ばす力、縮める力 N ⊕ N N ⊖ N	上側 ⊕ 下側 ⊖ 材軸に平行	静定ラーメンのN図、Q図 ⊕ ⊖ ⊕ ⊖ ⊖ ⊕ 骨組の外側を(+) 骨組の内側を(−) とすることがある。
せん断力 **（Q）**	Q Q 右下り ⊕ Q Q 左下り ⊖	ずらす力 Q ⊕ Q Q ⊖ Q	集中荷重の場合 上側 ⊕ ⊖ 下側 等分布荷重の場合 上側 ⊕ 傾斜直線　下側 ⊖	
曲げ **モーメント** **（M）**	M M 下に凸（引張） M M 上に凸（引張）	曲げる力 M M M M	凸側（引張側）に描く 集中荷重の場合 傾斜直線 等分布荷重の場合 放物線（2次曲線）	モーメント荷重の場合 M M 傾斜直線

①　**軸方向力（軸応力）記号：*N***

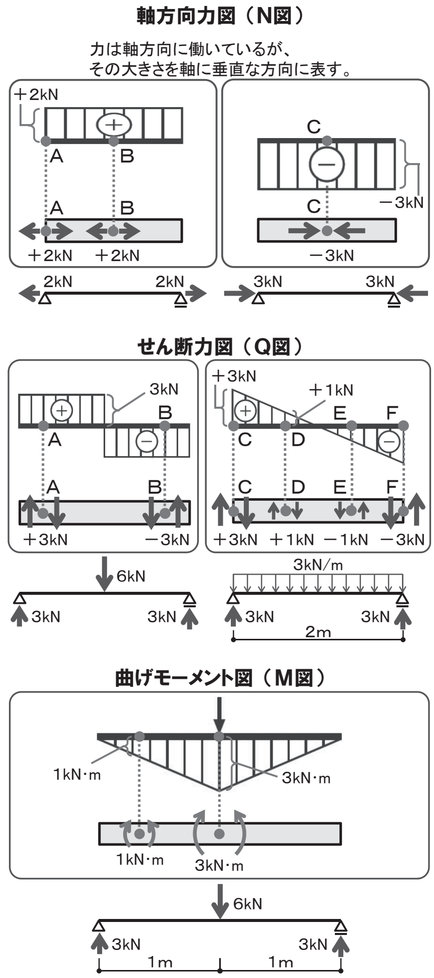
力が部材軸方向に作用する場合、**伸びたり縮んだりする変形をおこそうとする力**を軸方向力といい記号 N で表す。軸方向力には、引張力（引張応力）と圧縮力（圧縮応力）があり、引張力を（+）、圧縮力を（−）で表す。

②　**せん断力（せん断応力）記号：*Q***

力が部材軸に直角方向に作用する場合、部材軸に直角方向に**ずれる変形をおこそうとする力**をせん断力といい記号 Q で表す。せん断力は、右下りのせん断力を（+）、左下りのせん断力を（−）で表す。

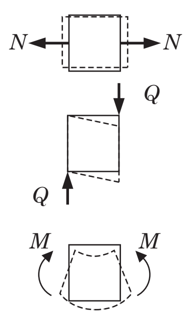
③　**曲げモーメント（曲げ応力）記号：*M***

力による回転力が作用する場合、部材に**湾曲する変形をおこそうとする力**を曲げモーメントといい記号 M で表す。曲げモーメントは、凸側（引張側）に描く。



第２節　静定ばりの応力計算

1．応力計算の考え方



３種類の応力の**大きさ**と**向き**を求めることが応力計算である。
応力の求め方は、まず最初に**反力を求め**、構造物に作用するすべての**外力を明らかにすることから始まる**。

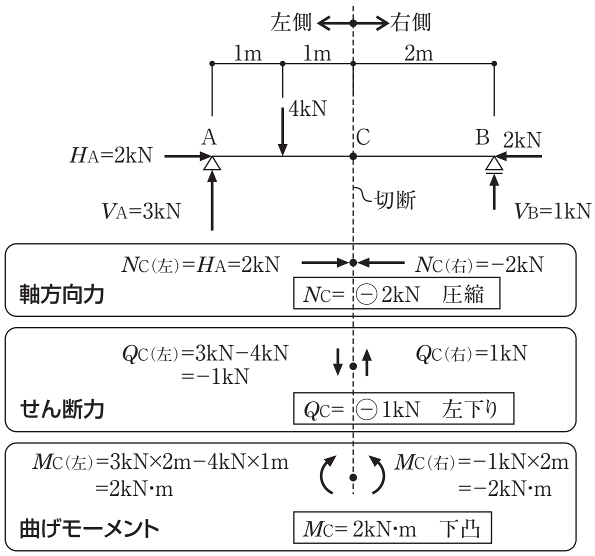
外力がつり合う構造物の部材の応力は、『**つり合う一対の力**』である。つまり、任意の点の両側それぞれの力の総和は、大きさ等しく、向きが反対の力となる。したがって、**応力を求める点を切断し、どちらか片側について、Σ *X*、Σ *Y*、Σ *M* を求めれば、軸方向力、せん断力、曲げモーメント**の大きさと向きがわかる。

例えば、右の鉛直荷重４kN と水平荷重２kN が作用する単純梁について、反力は、図のように求められ、外力はつり合っている。

C 点で切断し、右側、左側それぞれについて、X 方向の力、Y 方向の力、モーメントの総和を求めると、C 点に生じる力は、図のように、左右どちらから求めても同じ値で、向きが反対であることがわかる。

このように、応力の大きさは、**求める点のどちらか片側について計算し求めることができる**。

また、C 点の応力は、一対の力なので、$N_{C左}$、又は $N_{C右}$といった区別は必要なく、N_C、Q_C、M_C、と表現する。



2. 片持ち梁の応力計算

片持ち梁の応力計算は、支点が固定端１つだけなので、自由端側の外力があきらかである。したがって、反力を求めなくても、応力を自由端から求めることができる。

片持ち梁の応力は、反力計算を省略し、自由端から求める

1 応力計算の手順Ⅰ（集中荷重が作用する場合）

① **応力を求める点で切断する**

C 点で切断し、C 点の応力を求める

② **片側（自由端側）の力の総和を求める**

⑴ **軸方向力**（N）

N_C = １kN（圧縮力⊖）

⑵ **せん断力**（Q）

Q_C = ２kN（↓↑）

↓↑は、⊖のせん断力

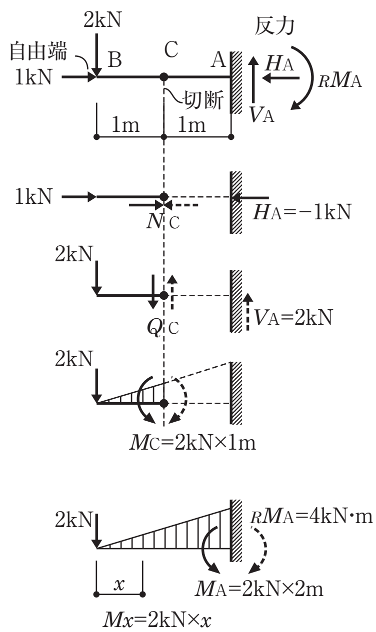
⑶ **曲げモーメント**（M）

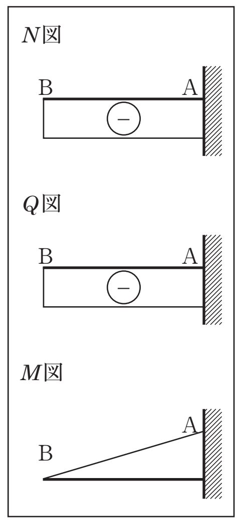
M_C = − ２kN × １m = − ２kN·m

は　上側凸

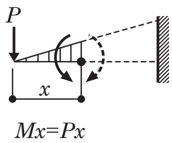
なお、A 点の曲げモーメントも自由端から計算して、

M_A = − ２kN × ２m = − ４kN·m



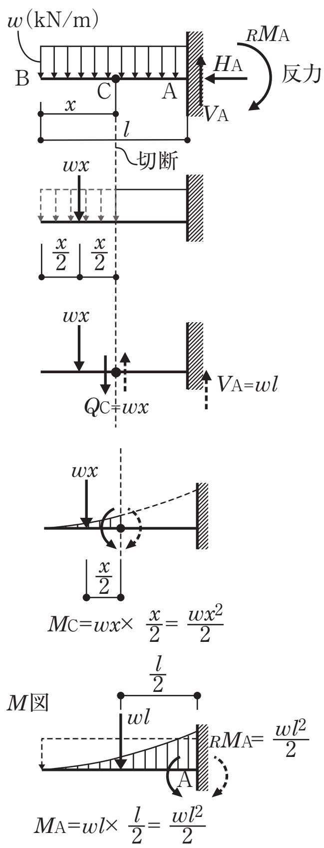


したがって、荷重 P が作用する片持ち梁の自由端からの距離 x の点の曲げモーメントは Px となり、**荷重点からの垂直距離（スパンの長さ）に比例して大きくなる**。



2 応力計算の手順Ⅱ（等分布荷重が作用する場合）

集中荷重と同様に自由端から計算すればよいのだが、**求める位置によって自由端側の荷重が変わる**ことに注意しなければならない。



① **応力を求める点で切断する**

自由端から距離 x の C 点で切断し応力を求める

② **片側（自由端側）の力の総和を求める**

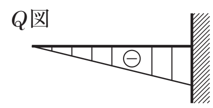
C 点より**自由端側の等分布荷重を集中荷重に**置き換える

(1) 材軸方向に外力はなく、**軸方向力**は 0

(2) **せん断力**

$Q_C = wx$（↓↑）⊖のせん断力

なお、$Q_A = wl$（↓↑）⊖のせん断力



(3) **曲げモーメント**

C 点の自由端側の荷重 wx と C 点からの垂直距離 $\frac{x}{2}$ との積となる。

$$M_C = wx \times \frac{x}{2} = \frac{wx^2}{2}$$ は上凸

A 点も同様に求めてみると、

$$M_A = wl \times \frac{l}{2} = \frac{wl^2}{2}$$ は上凸

3. 単純ばりの応力計算

単純ばりの応力計算は、最初に反力を求めてから応力を求める。

反力を求める ──→ **求める点で切断** ──→ **片側から応力を求める**

1 応力計算の手順Ⅰ（集中荷重が作用する場合）

① **反力を仮定し、求める**

$\Sigma M_A = 6\,\mathrm{kN} \times 1\,\mathrm{m} - V_B \times 3\,\mathrm{m} = 0$

$6\,\mathrm{kN{\cdot}m} - 3\,\mathrm{m} \times V_B = 0 \qquad \therefore \quad V_B = 6\,\mathrm{kN{\cdot}m}/3\,\mathrm{m} = 2\,\mathrm{kN}$（上向き）

$\Sigma Y = V_A + V_B - 6\,\mathrm{kN} = V_A + 2\,\mathrm{kN} - 6\,\mathrm{kN} = 0 \quad \therefore \quad V_A = 4\,\mathrm{kN}$（上向き）

② **応力を求める**

求める点で切断し、どちらか片側で力の総和を求める。これは**片側を片持ち梁として、計算するのと同じ**ことになる。

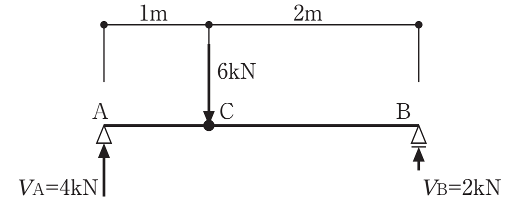
応力の変化は、荷重点間においては一定又は一様となるので、区間ごとに求

める。

⑴　材軸方向に外力がないので、AB 間に**軸方向力**（N）は生じない。

⑵　**せん断力**（Q）

わかりやすくするために、せん断力図（Q 図）に、外力を示した図で説明する。



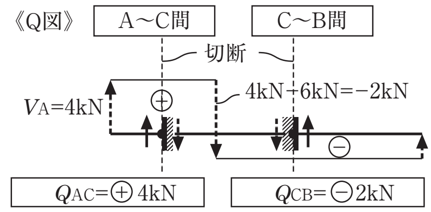
Ａ～Ｃ間の任意の点で切断し、左側で計算する。左側は、V_A = 4 kN のみである。

Q_{AC} = 4 kN（↑↓）右下り⊕

Ｃ～Ｂ間の任意の点の右側は、V_B = 2 kN のみである。

Q_{CB} = 2 kN（↓↑）左下り⊖

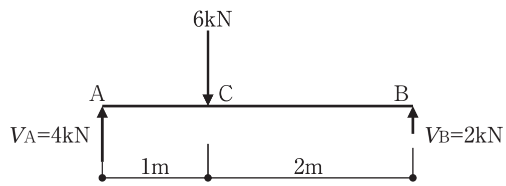
（なお、左側でも 4 kN − 6 kN = − 2 kN となり、両側で大きさ等しく向きが反対であることがわかる）



また、**Ｑ図は、左側から順に外力を落とし込んでいく**ことで、簡単に描くことができる。

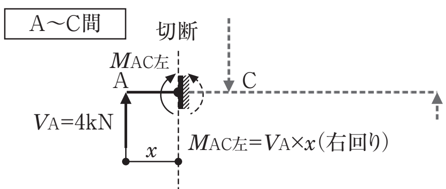
⑶　**曲げモーメント（*M*）**

・**Ａ～Ｃ間**について、A 点からの距離 x の任意の点で切断し、左側のモーメントを求める。



M_{AC} = V_A × x = 4 kN × x

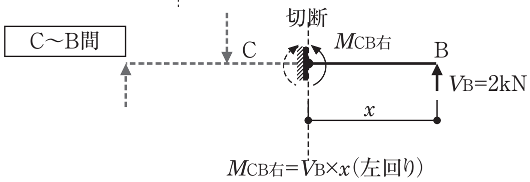
A 点から距離が離れるほど曲げモーメントは大きくなり、C 点で最大となる。



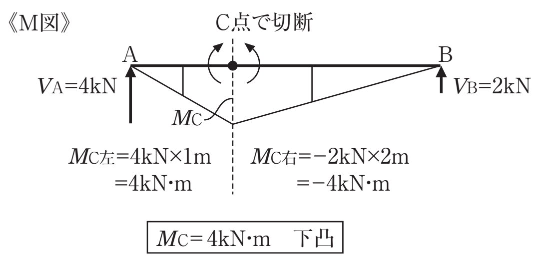
・**Ｃ～Ｂ間**について、B 点からの距離 x の任意の点で切断し、右側のモーメントを求める。

M_{CB} = V_B × x = − 2kN × x（下凸）

B 点から距離が離れるほど曲げモーメントは大きくなり、C 点で最大となる。



左側でも M_{CB} = V_A ×（3 m − x）− 6 kN ×（2 m − x） = 4 kN ×（3 m − x）− 6 kN ×（2 m − x） = 12kN·m − 4 kN × x − 12kN·m + 6 kN × x = 2kN × x（下凸） 左右で、大きさ等しく、向きは反対となる。

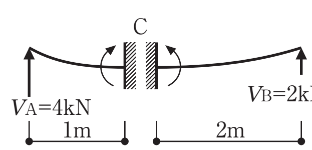


・***A* 点、*B* 点、*C* 点、各荷重点の曲げモーメント**を求め、曲げモーメント図を描く。

***A*、*B* 支点**は、回転力には抵抗できないので、曲げモーメントも 0 になる。M_A = M_B = 0

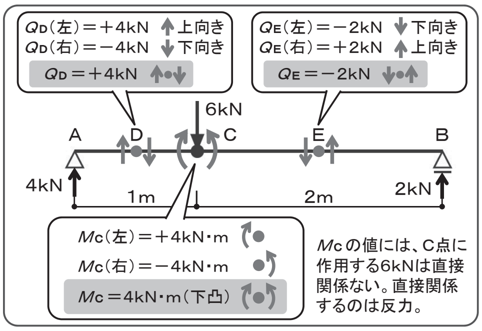
Ｃ点　切断し左側で計算する。

M_C(左) = 4 kN × 1 m = 4 kN·m（下凸）



荷重点間（外力と外力の間の区間）において、応力は一定又は一様に変化するので、各点を直線で結びモーメント図を描く。

「片側の力」と「一対のつり合う力としての応力」



2 応力計算の手順Ⅱ（等分布荷重が作用する場合）

①　反力を仮定して、反力を求める

等分布荷重を集中荷重に置き換える。

$\Sigma X = 0$　　$\therefore H_A = 0$　水平反力は生じない。

$\Sigma M_A = 0$ より、

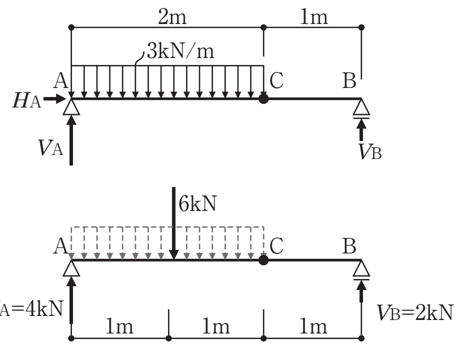
$6\,\mathrm{kN} \times 1\,\mathrm{m} - V_B \times 3\,\mathrm{m} = 0$

$6\,\mathrm{kN \cdot m} - 3\,\mathrm{m} \times V_B = 0$　　$\therefore V_B = 2\,\mathrm{kN}$（上向き）

$\Sigma Y = 0$ より、

$V_A + V_B - 6\,\mathrm{kN} = 0$

$V_A + 2\,\mathrm{kN} - 6\,\mathrm{kN} = 0$　　$\therefore V_A = 4\,\mathrm{kN}$（上向き）



②　応力を求める

求める点で**切断して**、どちらか片側で計算する。**片側を片持ち梁として計算**することと同じである。

AC 間と CB 間の区間ごとに考えてみる。

(1)　**軸方向力** (N)

材軸方向には外力がないので、$N = 0$

(2)　**せん断力** (Q)

せん断力図 (Q 図) に荷重状態を示した図で説明する。

等分布荷重が作用する場合は、単位長さごとにせん断力が変化するので、まず、端部 A 点から求める。

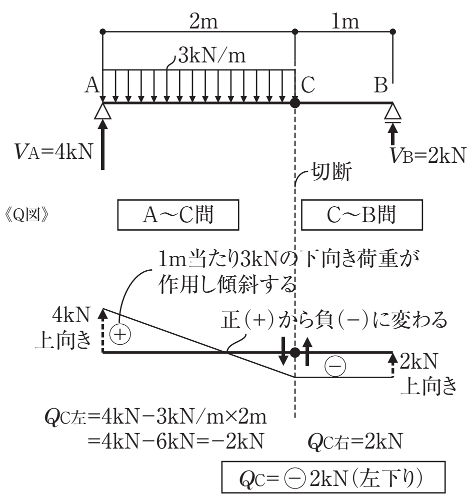
・**A点**　反力 V_A が作用している。

$Q_A = 4\,\mathrm{kN}$（↑↓）右下り⊕

・**AC 間**

A 点から離れるにしたがって、等分布荷重（3 kN/m）の下向き荷重が作用するので、図のような**傾斜直線**となる。

あるところで、正 (+) から、負（－）に変わる。



・**C 点**　切断し、右側で計算する。C 点右側には、V_B のみ作用している。

Q_C ＝ 2 kN（↓↑）左下り⊖

（なお、左側で計算しても、図のように大きさ等しく、向きが反対の結果が得られる。）

・**CB 間**　右側には、反力 V_B のみ作用している

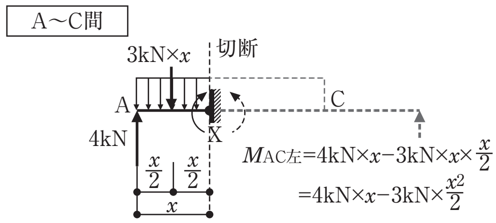
Q_{CB} ＝ 2 kN（↓↑）左下り⊖で、一定

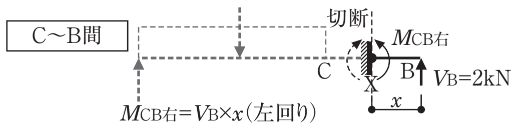
各点を直線で結んで、せん断力図（Q 図）を描く。荷重の大きさ方向を左から順に落とし込んでいくことで、簡単に描くことができる。

⑶　曲げモーメント（M）

・**A点、B点**　回転できる支点なのでモーメントは０

M_A ＝ M_B ＝ 0





・**AC 間**　A 点から距離 x の点で切断し、左側の外力によるモーメントの総和が曲げモーメントとなる。

左側の等分布荷重を集中荷重に置き換えると 3kN × x となり、

$$M_{AC} = 4\,\text{kN} \times x - (3\,\text{kN} \times x) \times \frac{x}{2}$$

$$= 4x - \frac{3x^2}{2}\,\text{kN·m}$$

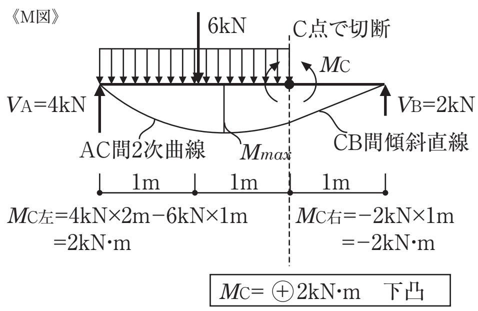
つまり、AC 間の M 図は、２次曲線になる。

・**CB 間**　B 点からの距離 x の任意の点で切断し、右側のモーメントを求める。

M_{CB} ＝ V_B × x ＝ − 2kN × x ＝ − 2xkN·m（下凸）

曲げモーメント図（M 図）の荷重状態を示した図で説明する。

B 点から　距離が離れるほど、傾斜直線で、曲げモーメントは大きくなり、C 点で最大となる。なお、左側でモーメントの総和を求めても、図のように、大きさ等しく、向きが反対の結果が求められる。



・**C 点**　切断し、右側で計算する

M_C ＝ − 2 kN × 1 m ＝ − 2 kN·m（↻）は、下凸

③　せん断力と曲げモーメントの関係

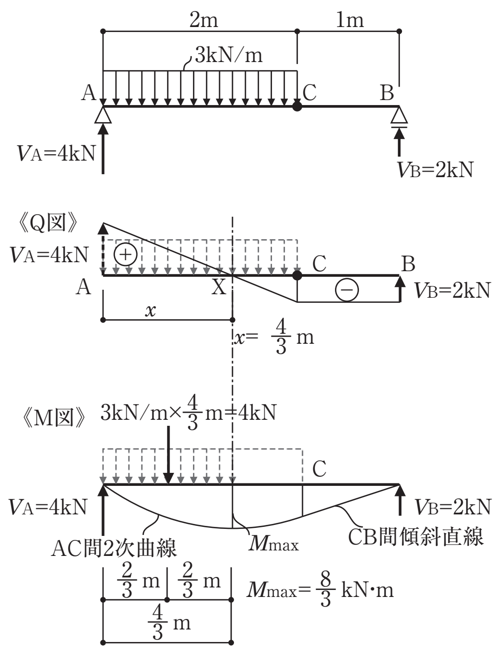
せん断力図（Q 図）と曲げモーメント図（M 図）に作用する外力を示した図で解説する。

⑴　**せん断力の正（＋）・負（－）が変わる点（せん断力が0となる点）で、曲げモーメントは最大**となる

曲げモーメントの大きさは、各点の**片側のせん断力図**（Q 図）**の面積の総和**である。

例えば、C 点の曲げモーメントは、Q 図右側の CB 間の四角形の面積となり、左側の AX 間の（+）の直角三角形の面積と XC 間の（－）の直角三角形の面積の差である（当然いずれも、絶対値は同じ）。

つまり、せん断力が正又は負どちらか一定の範囲では、距離に応じて、曲げモーメントは増加し、**正・負が変わる点を過ぎると、減少していく**ことになる。



⑵　**『曲げモーメントが最大となる位置』及び『最大曲げモーメント』を求める**

右の図で、せん断力が 0 になる点 X の位置を求める。X 点で切断し、左側でせん断力を計算すると、

$Q_{X左} = 4\,\mathrm{kN} - 3\,\mathrm{kN/m} \times x = 0$

$\therefore x = \frac{4}{3}\mathrm{m}$

したがって、最大曲げモーメント M_{max} が生じるのは、A 点から $\frac{4}{3}$mの位置である。その X 点で切断し、左側で曲げモーメントを計算する。

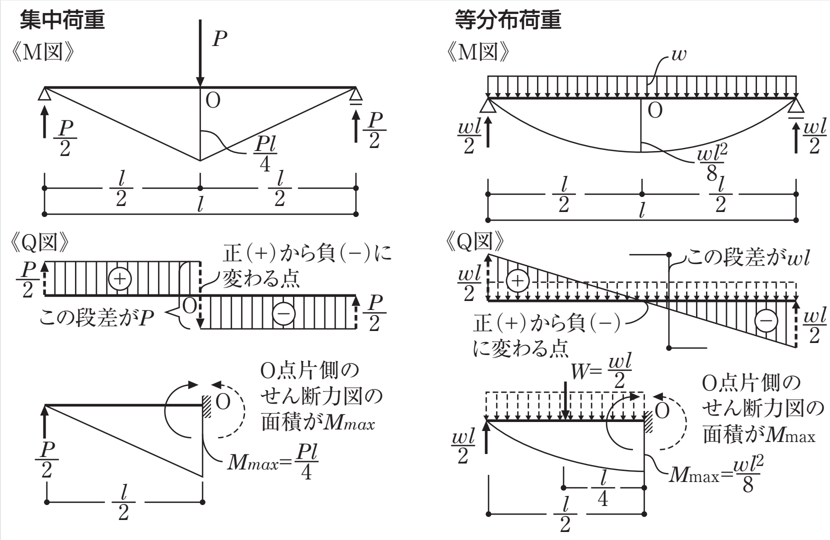
等分布荷重を集中荷重に置き換えると、$3\,\mathrm{kN/m} \times \frac{4}{3}\mathrm{m} = 4\,\mathrm{kN}$ なので、

$M_{max左} = 4\,\mathrm{kN} \times \frac{4}{3}\mathrm{m}(右回り) - 4\,\mathrm{kN} \times \frac{2}{3}\mathrm{m}(左回り) = \frac{8}{3}\mathrm{kN \cdot m}$

試験においては、特に、**最大曲げモーメントが生じる位置をせん断力図から求められるようにしておく**必要がある。

Check Point　**試験に役立つ基本知識**

❶せん断力の正負が変わる（０になる）位置で、曲げモーメントは最大になる。

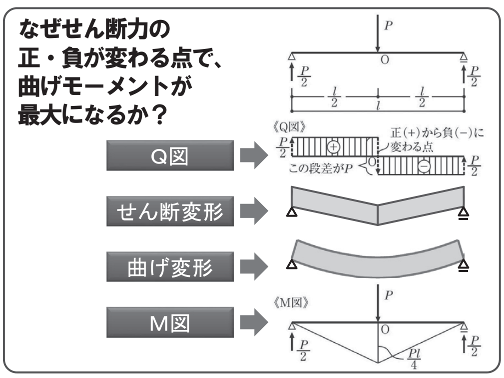


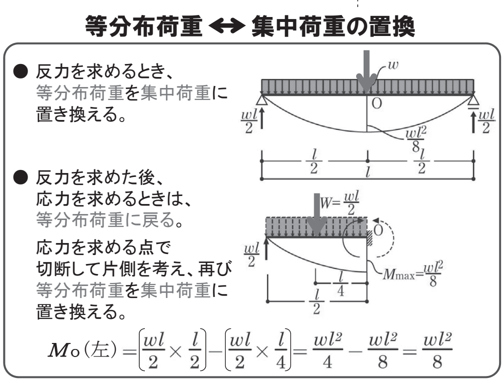
❷せん断力の面積の総和（積分したもの）が曲げモーメントであることから、

・せん断力が一定　　　⇒　曲げモーメントは傾斜直線

・せん断力が傾斜直線　⇒　曲げモーメントは２次曲線

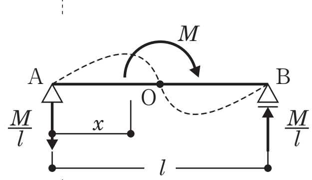
・せん断力が０　　　　⇒　曲げモーメントは生じない（又は一定）





3 応力計算の手順Ⅲ（モーメント荷重が作用する場合）

①　反力を仮定して、反力を求める



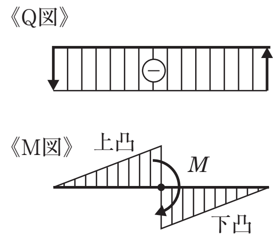
第１章で学習したように、反力計算においては、モーメント荷重の作用点にかかわらず、反力の偶力によりつり合うので、両端の反力の大きさは、$\frac{M}{l}$で、図のように向きを反対にする一対の反力となる。

②　応力を求める

求める点で**切断して**、どちらか片側で計算する。

(1)　**せん断力**

どこで、切断しても材軸に垂直方向の力は、反力のみなので、図のような一定のせん断力図となる。



(2)　**曲げモーメント**

曲げモーメントを計算するときは、反力計算と違い、モーメント荷重の作用点が影響する。荷重点で、モーメント荷重の分の段差が生じる。

AO 間　切断し、左側で計算すると、反力$\dfrac{M}{l}$により、

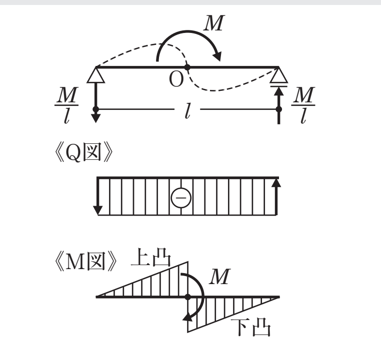
$M_{\mathrm{AO}} = \dfrac{M}{l} \times x$となり、O 点で、最大$\dfrac{M}{2}$（上凸）となる。

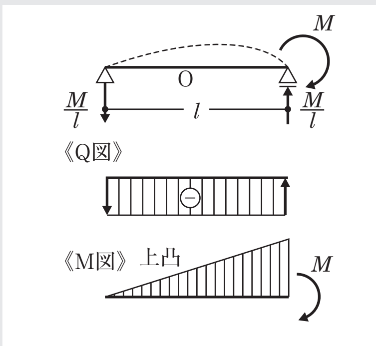
OB 間　切断し、右側で計算すると、AO 間と同じく、O 点で、最大$\dfrac{M}{2}$（下凸）となる。

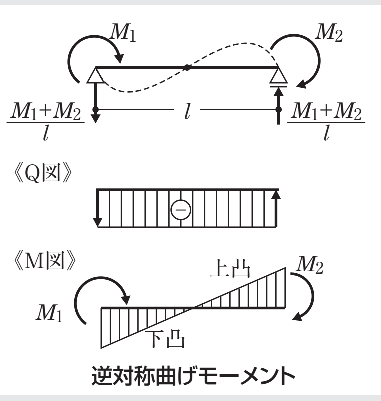
このように、モーメント荷重の作用点で、モーメント荷重 M の段差が生じることがわかる。

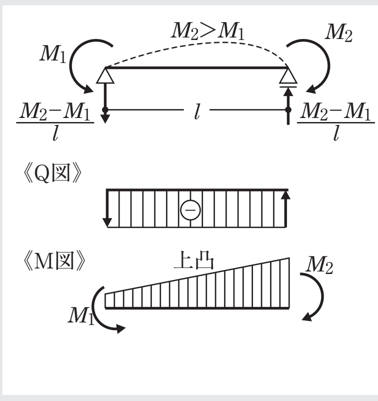
Check Point **モーメント荷重のみが作用する場合の特徴**

❶反力は、モーメント荷重の総和とつり合う偶力となる。
❷軸方向力は作用しない。
❸せん断力は、反力のみなので、一定となる。
❹モーメント荷重点で、曲げモーメントの段差が生じる。

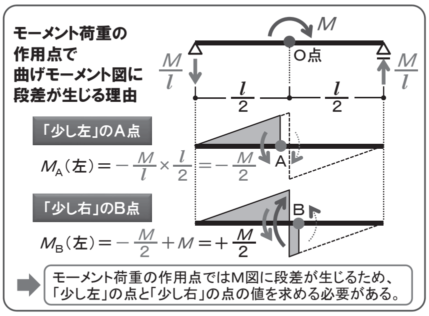


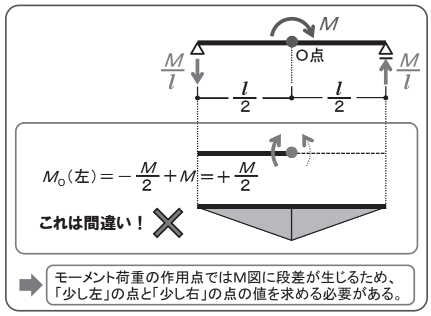




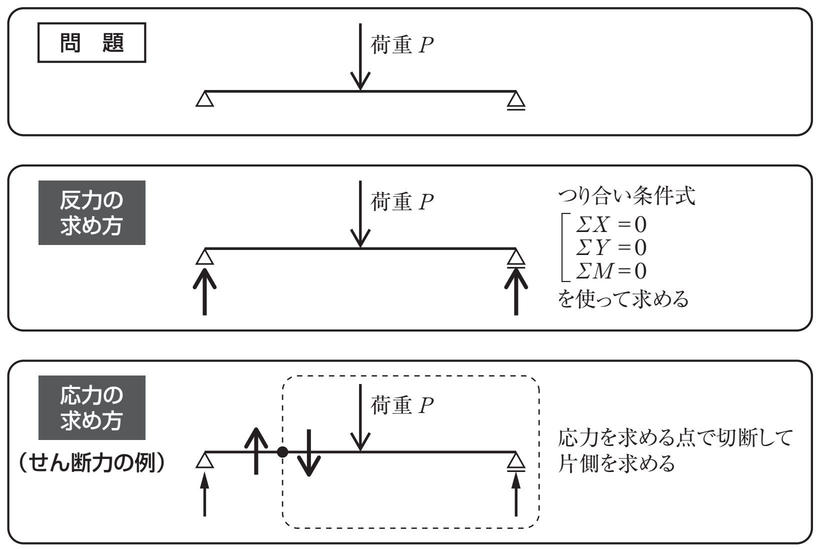


逆対称曲げモーメント
部材の両端に逆対称の曲げモーメントが作用する場合をいう。
地震時の部材に生じる曲げモーメントで、曲げモーメントからせん断力、せん断力から曲げモーメントを求めるときに必要な公式として覚えておく。





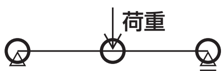
Check Point 反力の求め方と応力の求め方の違い



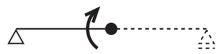
・軸方向力を考えるときは、軸方向の力だけを考える。
・せん断力を考えるときは、軸に直交する力だけを考える。

Check Point　曲げモーメント図の描き方

1. 曲げモーメントの値を求める点は、「角と荷重点」（支点・節点・端部・荷重点）

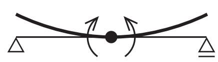


2. 値を求める点で切断して片側のモーメントを求める（符号付き）
3. 求めたほうの片側の部材の上にモーメントを矢印で描く（符号から時計回りか否か判断）

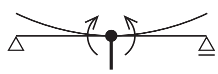


4. 反対側に向きが反対の矢印を描く

5. 変形を描く

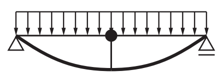


6. 変形の凸側に、求めた曲げモーメントの大きさを描く



7. 求めた点を結んで完成

集中荷重は
直線で結ぶ

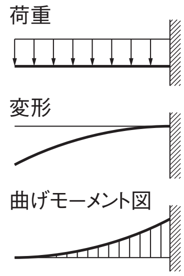


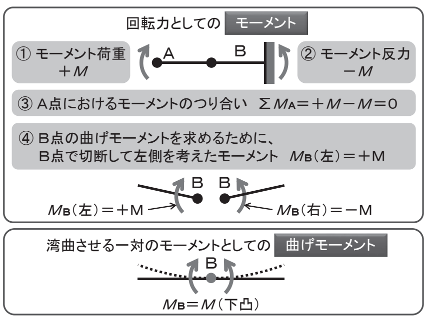
等分布荷重は荷重方向に
凸の二次曲線で結ぶ

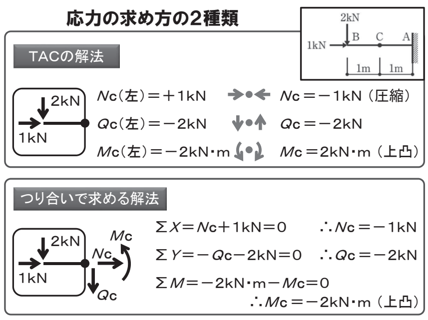
（注１）
ピンが部材端部のときは、曲げモーメントが０（湾曲しない)。

（注２）
モーメント荷重の荷重点では段差が生じるので、少し右と少し左の値を求める。

（注３）
等分布荷重における**曲げモーメント図の二次曲線の凸の方向**は、荷重方向に凸である（次図では下に凸)。
変形の凸の方向（次図では上に凸）とは必ずしも一致しない。

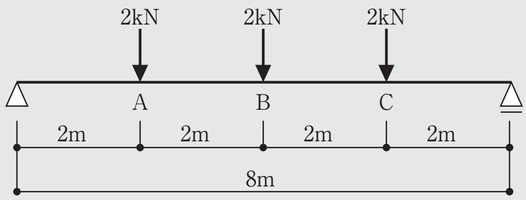






Check Point **ケーススタディ**

❶単純ばりにおいて、B 点の曲げモーメントの大きさと、A ～ B 間のせん断力の大きさを求めよ。



〔解答〕

荷重が対称に作用しているので、

反力 $V_D = V_E = \dfrac{6\text{kN}}{2} = 3\text{kN}$

B 点のモーメント M_B は、左側で計算すると

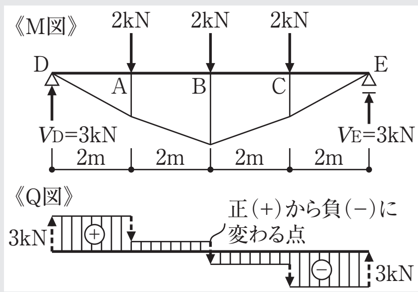
$M_B = V_D \times 4\text{m} - 2\text{kN} \times 2\text{m}$

$\quad = 3\text{kN} \times 4\text{m} - 4\text{kN·m}$

$\quad = 8\text{kN·m}$

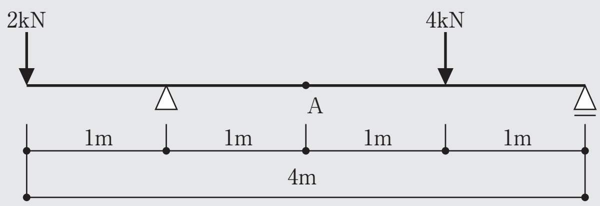
AB 間のせん断力 Q_{AB} は、左側で

$Q_{AB} = V_D - 2\text{kN} = 3\text{kN} - 2\text{kN} = 1\text{kN}$



（答　B点の曲げモーメント＝8kN·m　A～B間のせん断力＝1kN（右下がり））

❷単純梁のA点の曲げモーメントの値求めよ。



〔解答〕

$\Sigma M_B = 0$ より、

$-\ 2\text{kN} \times 1\text{m} + 4\text{kN} \times 2\text{m} - V_C \times 3\text{m} = 0$

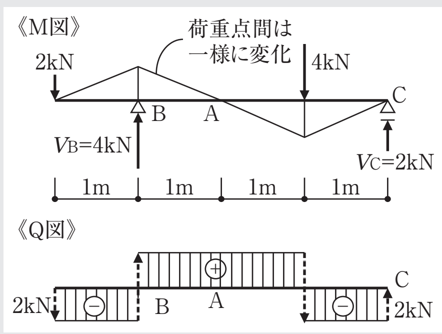
$\therefore V_C = 2\text{kN}$（仮定の向き）

$\Sigma Y = 0$ より

$-\ 2\text{kN} + V_B - 4\text{kN} + V_C = 0$

$\therefore V_B = 4\text{kN}$（仮定の向き）

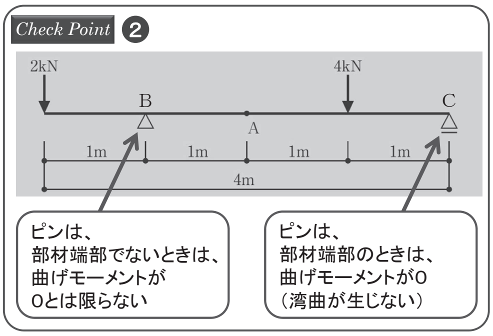
A 点のモーメントは、左側で計算すると

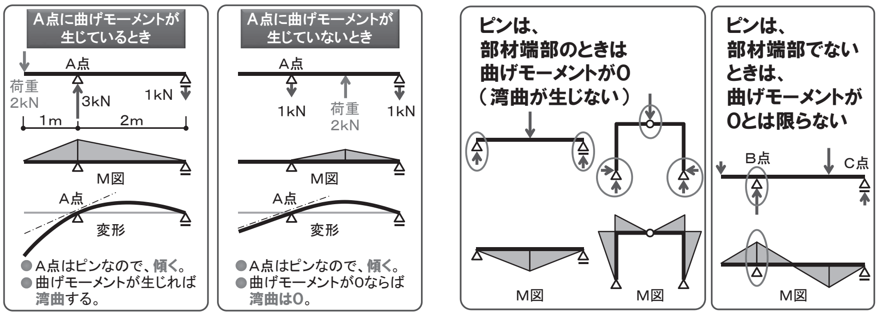


$M_A = -\ 2\text{kN} \times 2\text{m} + V_B \times 1\text{m} = -2 \times 2 + 4 \times 1 = 0$

（答　A 点の曲げモーメント＝0）

ピンは必ず曲げモーメントが0か？

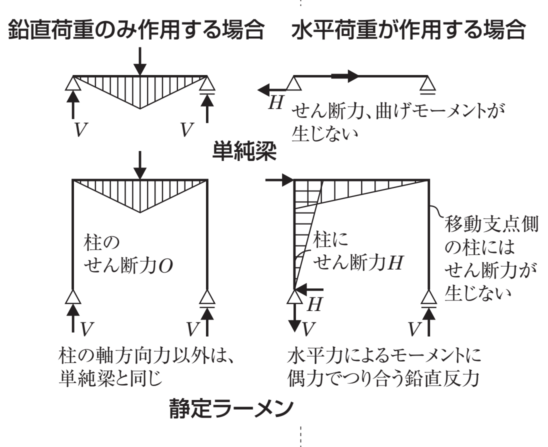




第３節　静定ラーメンの応力計算

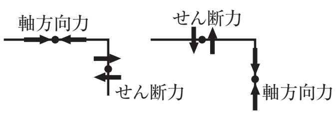
1．静定ラーメンの応力

静定ラーメンは、部材数が２つ以上になるが、応力計算の要領は、単純ばりと同様である。ただし、図のように、鉛直荷重のみ作用する場合は、単純梁と同じであるが、水平荷重が作用する場合は、回転支点側の柱にせん断力が作用し、また水平荷重によるモーメントにより鉛直反力も作用することから、各部材に生じる応力も異なるので注意する。

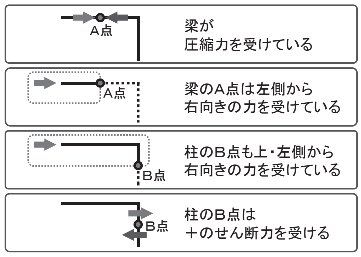


また、柱と梁の接合部が剛節点であることは、直線部材でなくとも、図のように、その両端で、大きさ等しく、向きが反対の『つり合う一対の力』が生じることに変わりないことを確認しておこう。

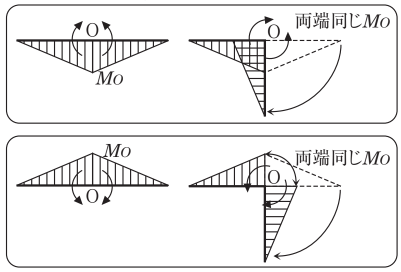
ただし、材軸が、縦と横の部材があるので、応力の種類が部材によって変化する。つまり、**梁の軸方向力と柱のせん断力、梁のせん断力と柱の軸方向力が、剛節点の両側でつり合っている。曲げモーメントは、**直線部材と同様に**両端で大きさ等しく、向きが反対でつり合う。**



柱と梁の軸方向力と
せん断力の関係



柱と梁の軸方向力とせん断力の関係
（柱梁接合部に外力が働いていないとき）



柱の曲げモーメントと
梁の曲げモーメントの関係

2. 片持梁系ラーメン

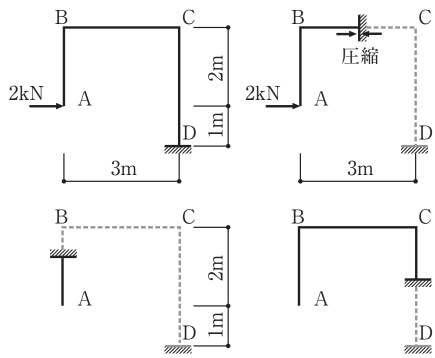
片持ち梁系ラーメンの応力計算は、片持ち梁と同様に、自由端側の外力が明らかである。したがって、反力を求めなくても、応力を自由端から求めることができる。

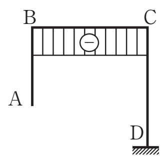
片持ち梁系ラーメンの応力計算⇒自由端から直接求める

自由端に２kN の水平荷重が作用する片持ち梁系ラーメンの応力を求める。

① **応力を求める。**

⑴ **軸方向力（*N*）**





《N図》

各区間ごとに切断し、自由端側で計算する。

A～B 間　鉛直力はない

$N_{AB} = 0$

B～C 間　２kN のみ作用する

$N_{BC} = 2\,\mathrm{kN}$（圧縮力）⊖

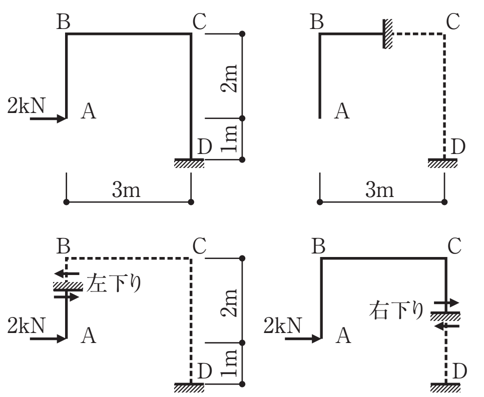
C～D 間

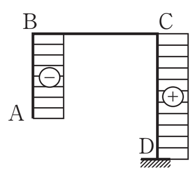
自由端側に鉛直力はない

$N_{CD} = 0$

したがって、軸方向力は、梁のみに生じ、図のような N 図となる。

⑵ **せん断力（*Q*）**





《Q図》

各区間ごとに切断し、自由端側で計算する。

A～B 間

自由端側には２kN が作用してる

$Q_{AB} = 2\,\mathrm{kN}$ ⇆左下り⊖

B～C 間

自由端側に鉛直力はない

$Q_{BC} = 0$

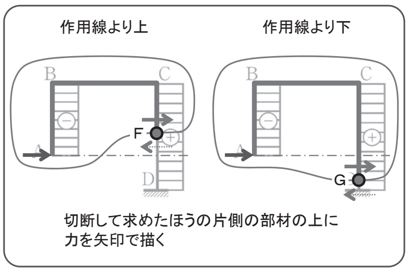
C～D 間

自由端側には２kN が作用してる

Q_{CD} ＝２kN ⇄右下り⊕

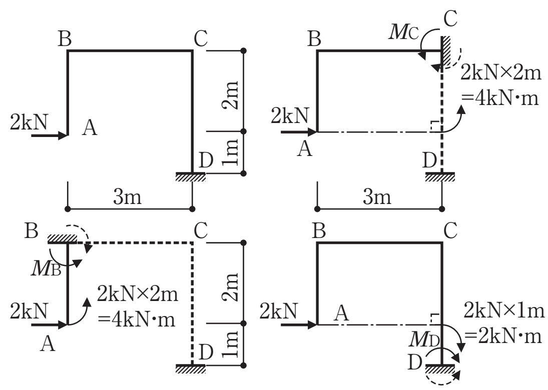
したがって、両柱にせん断力が生じ、図のようなＱ図となる。

せん断力図



⑶　曲げモーメント（M）

荷重点間では、曲げモーメントは一定又は一様に変化することから、各節点ごとに曲げモーメントを求め、その点を結べば、モーメント図を求めることができる。



Ａ点

M_A ＝０

Ｂ点

切断し、自由端側で計算する

M_B ＝－２kN ×２m ＝－４kN･m

Ｃ点

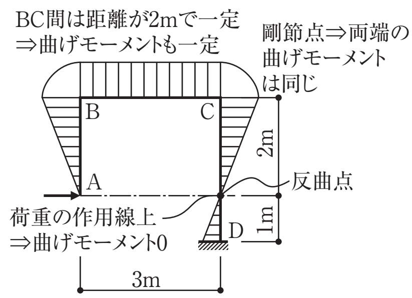
M_C ＝－２kN ×２m ＝－４kN･m

Ｄ点

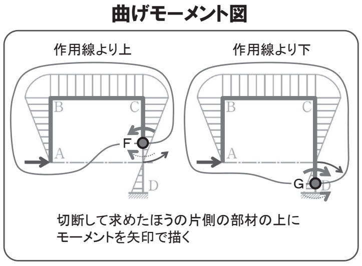
M_D ＝２kN ×１m ＝２kN･m

Ａ点、Ｂ点、Ｃ点、Ｄ点、各点の凸側（引張側）の点を結べば、図のような曲げモーメント図が出来上がる。

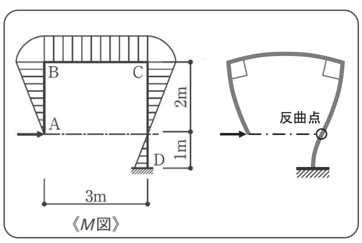
ここで、CD 間では、水平力２kN の作用線がとおる位置で、**曲げモーメントが０の反曲点**（正負が変わる位置）が生じていることがわかる。



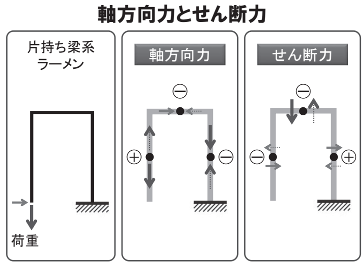
曲げモーメント図



M図と曲げ変形



軸方向力とせん断力



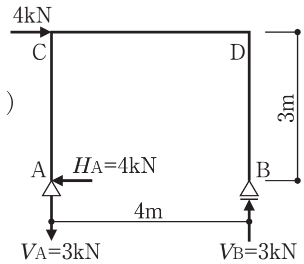
3. 単純梁系ラーメン

単純梁系ラーメンは、単純梁と同様に反力を求めてから応力を求める。

反力を求める ──► 求める点で切断 ──► 片側から応力を求める

水平力は、柱ではせん断力として、梁では軸方向力として作用するので、応力の計算時には十分注意する必要がある。

①　反力を仮定して、反力を求める。



$\Sigma X = 0$ より、H_A を求める。

$4\,\text{kN} - H_A = 0 \quad \therefore H_A = 4\,\text{kN}$（仮定の向き）

$\Sigma M_A = 0$ より、V_B を求める。

$4\,\text{kN} \times 3\,\text{m} - V_B \times 4\,\text{m} = 0$

$12\text{kN·m} - 4\,\text{m} \times V_B = 0 \quad \therefore V_B = 3\,\text{kN}$

$\Sigma Y = 0$ より、V_A を求める。

$-V_A + V_B = 0$

$-V_A + 3\,\text{kN} = 0 \quad \therefore V_A = 3\,\text{kN}$（仮定の向きどおり下向き）

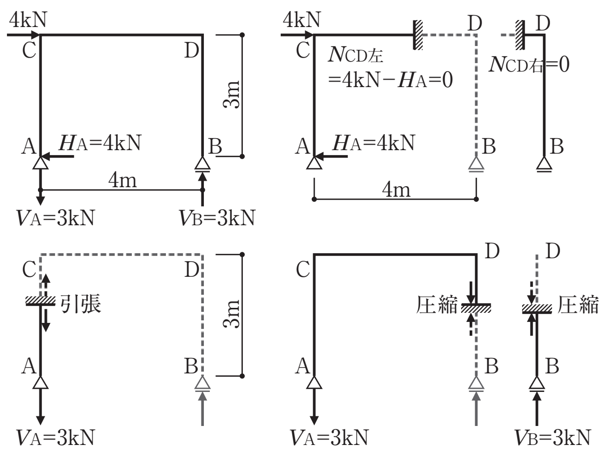
水平力4kNによるモーメントに対して、垂直反力の偶力でつり合っている。したがって、V_A、V_Bは、大きさ等しく向きが反対となる。

②　応力を求める

求める点で、切断し片側で計算すれば、応力を求めることができる。ただし、水平力の作用する静定ラーメンは、単純梁に比べ、計算がやや多くなってしまうため、**切断部のどちら側で計算した方が効率的であるかの判断が重要**である。次の解説では、あえて、左側で計算してみることにする。

⑴　軸方向力（N）

各区間ごとに切断し、A点側から計算する。



A～C間

下向き V_A が作用する。

$N_{AC} = 3\,\text{kN}$（引張力）⊕

C～D間

水平力4kNと反力 H_A が作用する。

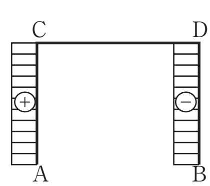
$N_{CD} = 4\,\text{kN} - 4\,\text{kN} = 0$

（なお、右側で計算すれば、水平力は作用していないので、明らかに0であることがわかる。）

D～B間　下向き V_A が作用する。

$N_{DB} = 3\,\text{kN}$（圧縮力）⊖

（右側で計算すれば、鉛直力は V_B、結果は同じ。）



《N図》

⑵　せん断力（Q）

A～C 間

反力 H_A が作用する。

$Q_{AC} = 4\,\mathrm{kN}$（⇄）⊕

C～D 間

反力 V_A が作用する。

$Q_{CD} = 3\,\mathrm{kN}$（⇅）⊖

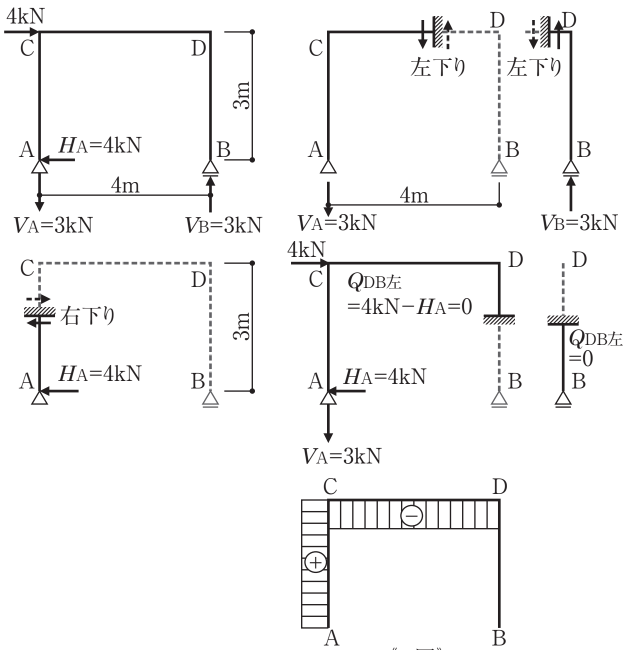
D～B 間

水平力 4 kN と反力 H_A が作用する。

$Q_{DB} = 4\,\mathrm{kN} - H_A = 0$

なお、DB 区間の右側で計算すれば、せん断力がないことから、明らかに $Q_{DB} = 0$ であることがわかる。

また、せん断力は、AC 間と CD 間に生じ、せん断力図は右図のようになる。



《Q図》

⑶　曲げモーメント（M）

荷重点間では、曲げモーメントは一定又は一様に変化することから、各節点ごとに曲げモーメントを求め、その点を結べば、モーメント図を求めることができる。

A 点及び B 点

回転する支点なので、

$M_A = M_B = 0$

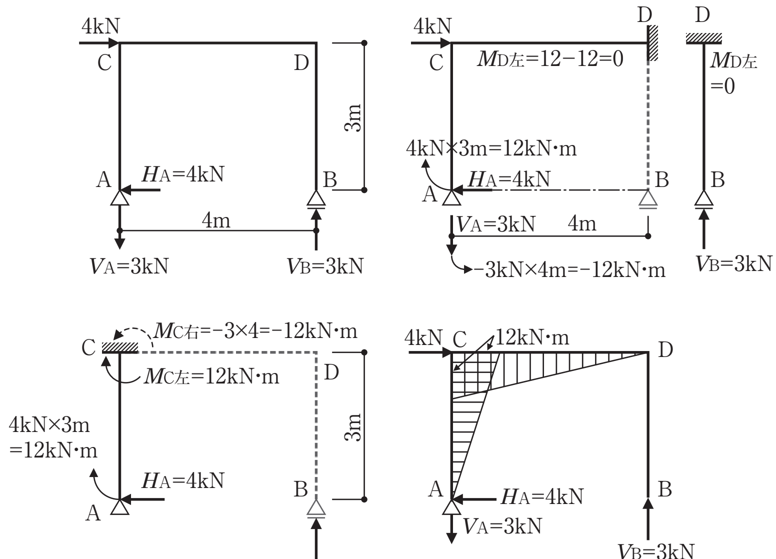
C 点

切断し、A 点側で計算する

$M_C = 4\,\mathrm{kN} \times 3\,\mathrm{m}$

$= 12\mathrm{kN \cdot m}$

（内側凸）



《M図》

D点

切断し、左側（A 点側）で計算する。反力 H_A と反力 V_A によるモーメントの総和である。

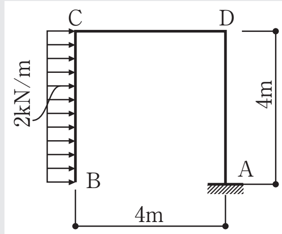
$$M_D = H_A \times 3\,\mathrm{m} - V_A \times 4\,\mathrm{m} = 4\,\mathrm{kN} \times 3\,\mathrm{m} - 3\,\mathrm{kN} \times 4\,\mathrm{m} = 0$$

これは、右側（B 点側）で計算すれば、移動支点には水平反力が作用しないことから、右側柱には、せん断力も、曲げモーメントも生じない。

したがって、静定ラーメンの応力を計算するときは、**右側、左側のどちらが簡単に計算できるかを判断することが大切**である。

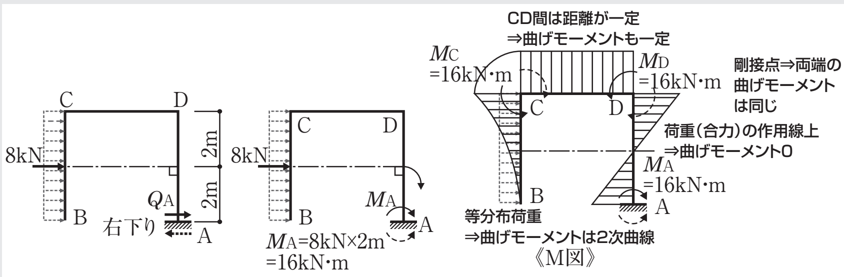
Check Point **ケーススタディ**

❶片持梁系ラーメンにおいて、A 点に生じるせん断力 Q_A と曲げモーメント M_A の値を求めよ。



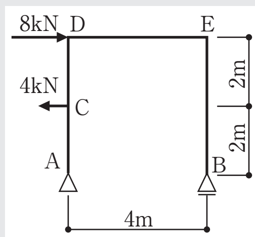
〔ヒント〕

片持梁系ラーメンの応力は自由端側から求める。なお、A、B、C、D 各点の曲げモーメントを求め、各点を結べば、M 図が描ける。



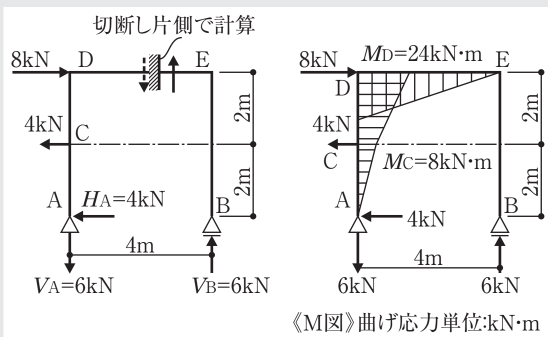
（答　Q_A ＝ 8 kN　M_A ＝ 16kN·m）

❷静定ラーメンにおいて、梁 DE に生じるせん断力 Q_{DE} と D 点の曲げモーメント M_D の値を求めよ。



〔ヒント〕

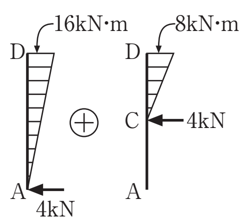
反力を求め、応力を求める点で切断し、片側からせん断力又は曲げモーメントを計算する。



（答　Q_{DE} ＝ − 6 kN（左下がり）、M_D ＝ 24kN·m）

重ね合わせの原理（応力の組合せ）

AD 柱の曲げモーメントは、H_A によるモーメントと C 点の水平荷重によるモーメントの重ね合わせと考えることができる。



TAC